



**UNIVERSIDAD DE CUENCA  
FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA QUIMICA**

**“ANÁLISIS DE VARIABLES QUE INCIDEN EN EL PROCESO DE  
MOLIENDA y SECADO PARA MEJORAR LA SUPERFICIE ESPECIFICA  
DEL CEMENTO PORTLAND”**

**TESIS DE GRADO PREVIO A LA OBTENCION  
DEL TITULO DE INGENIERO QUIMICO.**

**AUTOR:**  
ANDRÉS SEBASTIÁN BERMEO CHIRIBOGA

**DIRECTOR:**  
ING. RUBEN DARIO AUQUILLA TERÁN

**Marzo de 2014.**

**CUENCA - ECUADOR**

## **RESUMEN**

A través de éste estudio se plantea la búsqueda de alternativas para adoptar estrategias que ayuden a mejorar el control de variables de proceso como superficie específica del cemento Portland, mediante la intervención y estudio centrado en el sistema de Molienda de acabado de cemento que aplica la Planta Guapán perteneciente a la Unión Cementera Nacional, ubicada en la ciudad de Azogues. Se aplican a los resultados obtenidos del análisis aleatorio de la superficie específica de muestras de cemento obtenidas en el proceso de fabricación y se inter relacionan con las variables de control operacional consideradas en la técnica experimental para analizar estadísticamente su comportamiento e influencia en el proceso, con el fin de que se pueda disminuir la variabilidad del proceso y se logre mantener el producto dentro de los estándares de calidad vigentes para la fabricación de cemento con la mayor eficiencia posible. Se realiza una evaluación exhaustiva de los procesos que conforman el sistema de molienda de cemento, a través de un diseño experimental de dos niveles y k factores con variables previamente definidas que permitan modelar el comportamiento del proceso así como la interrelación entre las variables seleccionadas para el estudio. Los resultados y conclusiones obtenidos del método estadístico experimental aplicado en la investigación permite validar la hipótesis planteada y la metodología seguida, además, abre un espacio de aplicación para ahondar en el control de éste y otros procesos similares con el objetivo de determinar la mayor o menor influencia que tienen determinadas variables de control.

**Palabras clave:** molienda, análisis, experimental, factores.

## ABSTRACT

Throughout this study the search for alternatives is proposed to adopt strategies that help improve control of process variables such as specific surface of Portland cement through the intervention study focused on the finish grinding system applying cement plant Guapán belonging to the National Union Cement , located in the city of Azogues . Are applied to the results of the random testing of the specific surface of cement samples obtained in the manufacturing process and related inter operational control variables considered in the experimental technique to statistically analyze its behavior and influence on the process, with so that it can reduce the variability of the process and keep the product to be achieved within the current quality standards for the manufacture of cement with the highest possible efficiency .

A comprehensive assessment of the processes that shape the cement grinding system is performed through a two-level experimental design with k factors previously defined variables to model the behavior of the process and the interrelationship between the variables selected for the study .

The results and conclusions obtained from the experimental statistical method used in the research to validate the hypothesis and the methodology followed , also opens a space application to delve into the control of this and similar processes in order to determine the degree influence of certain control variables.

**Keywords:** milling, analysis, experimental, factorial



## INDICE:

RESUMEN .....	2
DEDICATORIA .....	9
CAPITULO 1. PROCESO DE FABRICACIÓN DE CEMENTO.....	10
1.1    Bases teóricas. ....	10
1.1.1    Tecnología de producción. ....	10
1.1.2    Operaciones básicas en la fabricación del cemento .....	10
1.1.3    Explotación:.....	12
1.1.4    Trituración .....	12
1.1.5    Pre-homogenización .....	14
1.1.6    Molienda de crudo.....	16
1.1.7    Homogenización.....	17
1.1.8    Clinkerización .....	18
1.1.9    Molienda de acabado .....	20
1.1.10    Empaque / despacho .....	21
CAPITULO 2. SISTEMA DE MOLIENDA.....	23
2.1    Introducción .....	23
2.2    Trituración de Yeso.....	25
2.3    Secador de puzolana y pre-molienda de clinker .....	26
2.4    Sistema de tamizado y pre-molienda de clinker, yeso y puzolana..	28
2.5    Separadores .....	30
2.5.1    Descripción funcional .....	31
2.6    Dámper .....	32
2.7    Diafragmas y cámaras.....	32
2.8    Fracción granulométrica en molienda de acabado .....	33



2.9	Relación molienda- blaine.....	34
CAPITULO 3. PLANEACIÓN Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS.....		35
3.1	Introducción .....	35
3.2	Diseño experimental y ciclo Deming .....	35
3.3	Definición del problema .....	37
3.4	Importancia del estudio .....	37
3.5	Objetivos de investigación .....	38
3.6	Elementos que conforman el estudio experimental .....	38
3.7	Factores que pueden afectar el diseño experimental .....	39
3.8	Factores a considerar durante la experimentación .....	40
3.9	Dominio experimental .....	40
3.10	Selección del diseño experimental .....	41
3.11	Diseño factorial.....	42
3.12	Diseño factorial $2^k$ .....	42
3.13	Diseño factorial a dos niveles y cinco factores .....	43
3.14	Análisis estadístico .....	46
CAPITULO 4. METOLOGÍA, ANALISIS Y RESULTADOS.....		56
4.1	Metodología .....	56
4.2	Pruebas realizadas .....	59
4.3	Interpretación de resultados .....	65
4.3.3	Análisis t de Student.....	67
4.3.4	Prueba de Fisher.....	70
4.4	Resultados.....	72
4.4.1	Resultados de Blaine para 5 variables principales sin interacciones.....	74



4.4.2	Resultados de Retenido para 5 variables principales sin interacciones.....	80
4.4.3	Resultados de Resistencia a la compresión en 3 días para 5 variables principales sin interacciones.....	86
4.4.4	Resultados de Resistencia a la compresión en 7 días para 5 variables principales sin interacciones.....	92
4.4.5	Resultados de Blaine para 32 variables principales con interacciones y datos centrales.....	97
4.4.6	Resultados de Retenido para 32 variables principales con interacciones y datos centrales.....	106
4.4.7	Resultados de Resistencia a la compresión de 3 días para 32 variables principales con interacciones y datos centrales. ....	115
4.4.8	Resultados de Resistencia a la compresión de 7 días para 32 variables principales con interacciones y datos centrales. ....	125
4.5	Resumen de experimentos .....	135
4.5.1	Resumen estadístico.....	136
4.5.2	Efectos sinérgicos y antagónicos .....	137
CAPITULO 5. CONCLUSIONES. ....		141
5.1	Recomendaciones .....	144
	Bibliografía.....	146

Yo, Andrés Sebastián Bermeo Chiriboga, autor de la tesis “ANÁLISIS DE VARIABLES QUE INCIDEN EN EL PROCESO DE MOLIENDA y SECADO PARA MEJORAR LA SUPERFICIE ESPECIFICA DEL CEMENTO PORTLAND”, reconozco y acepto el derecho de la Universidad de Cuenca, en base al Art. 5 literal c) de su Reglamento de Propiedad Intelectual, de publicar este trabajo por cualquier medio conocido o por conocer, al ser este requisito para la obtención de mi título de Ingeniero Químico. El uso que la Universidad de Cuenca hiciere de este trabajo, no implicará afección alguna de mis derechos morales o patrimoniales como autor.

Cuenca, 21 de Marzo del 2014



Andrés Sebastián Bermeo Chiriboga

0104775549

---

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador

Yo, Andrés Sebastián Bermeo Chiriboga, autor de la tesis “ANÁLISIS DE VARIABLES QUE INCIDEN EN EL PROCESO DE MOLIENDA y SECADO PARA MEJORAR LA SUPERFICIE ESPECIFICA DEL CEMENTO PORTLAND”, certifico que todas las ideas, opiniones y contenidos expuestos en la presente investigación son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Cuenca, 21 de Marzo del 2014



Andrés Sebastián Bermeo Chiriboga  
0104775549

*Cuenca Patrimonio Cultural de la Humanidad. Resolución de la UNESCO del 1 de diciembre de 1999*

---

Av. 12 de Abril, Ciudadela Universitaria, Teléfono: 405 1000, Ext.: 1311, 1312, 1316

e-mail [cdjbv@ucuenca.edu.ec](mailto:cdjbv@ucuenca.edu.ec) casilla No. 1103

Cuenca - Ecuador



## **DEDICATORIA**

Este documento a más de contener información técnica y de gran valor educativo conlleva un sinfín de esfuerzos mancomunados de personas que creyeron en mí ya sea como hijo, amigo, profesional y sobre todo como persona. Esta investigación es el reflejo de años de estudio, anhelos y aspiraciones que hoy se ven reflejados con la culminación de otra etapa exitosa de mi vida.

Tengo el gusto de decir que fui, soy y seré estudiante de la mejor universidad del país que a más de formarme como profesional me hizo demostrarme a mí mismo que con confianza, convicción y constancia las cosas se las puede alcanzar.

Finalmente a Dios, María Auxiliadora patrona de los Salesianos, a mi abuelito Manuel y a todas las personas que desde arriba me han dado siempre un empujón extra para lograr los objetivos que me he impuesto.

Muchas gracias.

## **CAPITULO 1. PROCESO DE FABRICACIÓN DE CEMENTO.**

### **1.1 Bases teóricas.**

La información que se proporciona se encuentra basada en función del proceso tecnológico de Compañía Industrias Guapán.

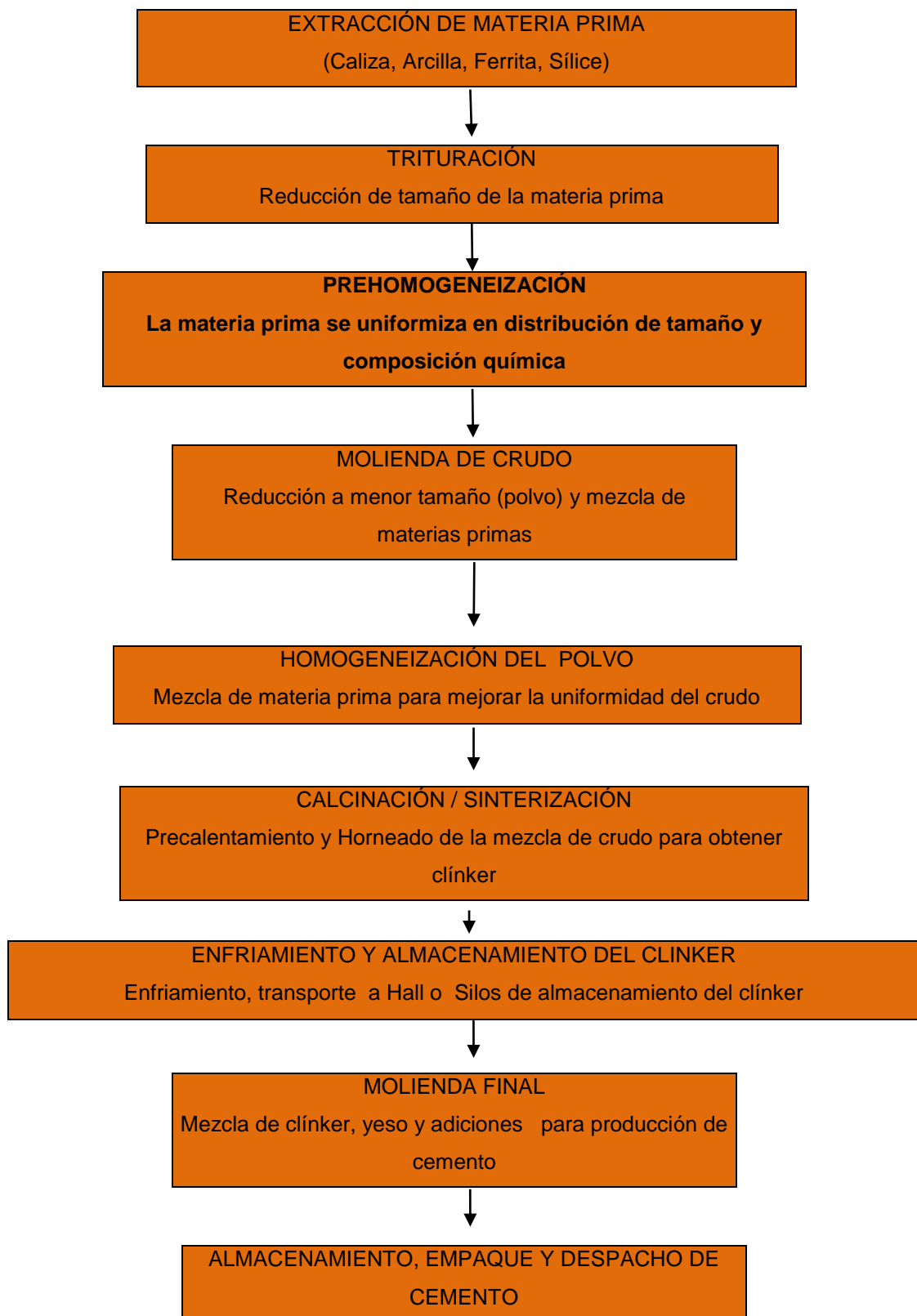
#### **1.1.1 Tecnología de producción.**

La tecnología utilizada para la producción del cemento es del tipo vía seca. El proceso de producción se divide en:

1. Explotación
1. Trituración
2. Pre-homogenización
3. Molienda de crudo
4. Homogeneización
5. Clinkerización
6. Molienda de acabado
7. Empaque / despacho.

#### **1.1.2 Operaciones básicas en la fabricación del cemento**

Para tener una mejor comprensión de cada una de las operaciones se realizará un recorrido descriptivo de los procesos ya citados anteriormente considerando las instalaciones, maquinarias, equipos y datos de operación referenciados con base a la información interna existente y obtenida en los departamentos de Producción y Control de Calidad de la Planta Guapán.



*FIG 1. Proceso tecnológico de fabricación de cemento. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

### **1.1.3 Explotación:**

La explotación es un factor de importancia primordial en el aseguramiento de la calidad del proceso de fabricación del cemento. Actualmente la explotación de materias primas calcáreas y arcillosas provienen de la provincia de Morona Santiago específicamente del cantón Méndez, de la provincia del Guayas y de zonas cercanas a la ciudad de Cuenca. El suministro de materia prima debe ser continuo y de calidad con el fin de cumplir requisitos que demande el producto y su proceso.



*FIG 2. Explotación a cielo abierto de la cantera de calizas Méndez provincia de Morona Santiago. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

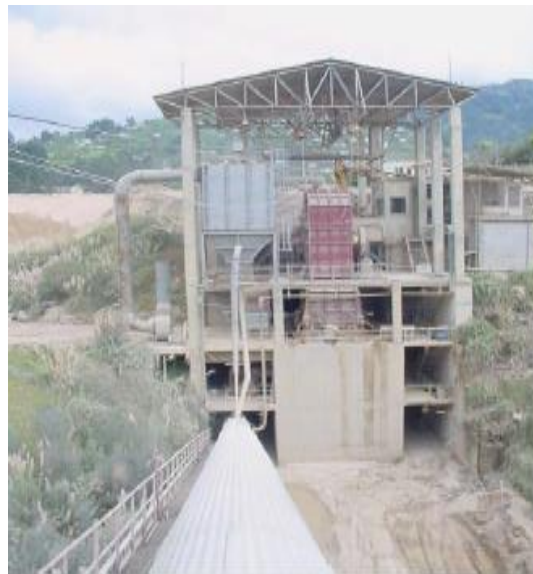


*FIG 3. Recepción de calizas originarias de diversas canteras. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

### **1.1.4 Trituración**

Esta área del proceso realiza la disminución de tamaño de las calizas utilizando un Triturador de martillos, operación primaria donde el material es

triturado en una solo paso, dada la característica granulométrica especificada, se obtiene un producto con una finura del 95 % menor a 25 mm de diámetro promedio medio como tamaño de material. El equipo de trituración es de marca *Williams Patent Crusher & Pulv. Co* y cuenta con un motor de 1500 HP que tiene una capacidad nominal de hasta 500 TMPH de caliza considerando una humedad máxima del 8% en el material de alimentación al triturador.



*FIG 4. Trituración. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*



*FIG 5. Trituradora de martillos de impacto marca Williams Patent Crusher & Pulv. Co. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

### **1.1.5 Pre-homogenización**

En esta parte del sistema se trata de mantener al producto proveniente de la fase de trituración primaria en condiciones físicas y químicas: fineza y composición química en contenido de carbonato de calcio, bajo límites de control impuestos internamente por Producción y Control de Calidad para esta fase del proceso, con el propósito de facilitar una condición óptima de la mezcla previa de las materias primas y de su composición para el adecuado control en el proceso posterior de molienda a polvo de crudo. En éste proceso se realiza el apilonamiento y pre-homogenización de la mezclas de calizas, control de contenido de carbonato de calcio, humedad y granulometría de los materiales triturados.

El sistema de apilación circular tiene una capacidad máxima de 620 TMPH, el proceso se realiza por un ducto dispuesto de forma vertical que descarga el material sobre una banda de transporte de manera tal que construye una pila piramidal mediante el método denominado *CHEVRON en forma circular*. La recuperación del material pre homogeneizado de la pila de fabricación se realiza a través de un sistema transportador recuperador metálico tipo puente sin fin equipado con un rastrillo tipo cable de velocidad variable que recupera el material desde el alto de la pila hacia el transportador puente ubicado en la parte inferior lateral de la pila de fabricación.





*FIG 6. Pre-homogenización de calizas trituradas. Fuente: Compañía Industrias Guapán*



*FIG 7. Vista general del Recuperador de calizas tipo puente. Fuente: Compañía Industrias Guapán*

### **1.1.6 Molienda de crudo**

El principal objetivo de la molienda consiste en preparar el tamaño y la mezcla de materias primas para alimentar el horno y que éstas puedan procesarse en forma efectiva y económica. En el molino se hace un muestreo, se verifica la composición química mediante análisis por rayos X y con tamices se comprueba la finura del polvo. Se realiza la dosificación de calizas trituradas, arcillas y correctivos de mineral de hierro para el proceso de molienda fina en un molino de bolas, para alistar la fabricación de clínker según especificaciones de control de calidad que indica que la fineza de la molienda debe tener un tamaño de partícula de *75 micras* en el tamiz de 200 ASTM, la humedad superficial del material de alimentación al molino es inferior al 12 % la misma que se elimina en la cámara de secado que tiene el molino aprovechando los gases calientes provenientes del horno rotativo obteniéndose a la salida del molino un producto inferior al 0,8% en humedad. El molino de bolas con cámara de secado y dos compartimientos de molienda gruesa y fina tiene una capacidad nominal de producción de 90 toneladas métricas por hora (TMPH), el molino es accionado por un motor de una potencia de 2500 HP.



*FIG 8. Molino de bolas Aerofall de descarga central con cámara de secado.*

*Fuente: Compañía Industrias Guapán*



### **1.1.7 Homogenización**

El producto de la molienda se lleva a los silos homogeneizadores en donde se mezcla el material para mejorar su uniformidad y después es depositado en silos de almacenamiento.

Existen los silos de homogenizado (silo norte y silo sur) que poseen una capacidad de alrededor de  $2340 \text{ m}^3$ , donde el material es mezclado por aire comprimido que se inyecta continuamente para generar un movimiento interno del polvo. Una vez que el material homogenizado contiene el % de carbonato de calcio óptimo para el proceso de cocción se procede a descargar el polvo de crudo mediante un sistema de transporte neumático que impulsa el material hasta a los dos silos de almacenamiento que poseen una capacidad total de  $4540 \text{ m}^3$ , el crudo alistado se pesa y alimenta a través de un elevador de cangilones transportando el crudo hacia la parte superior del pre-calentador de suspensión ciclónico de cuatro etapas, instalado previo al horno rotatorio, el material se precalienta en contacto en contra corriente con los gases calientes ascendentes provenientes del horno, la harina cruda alcanza temperaturas de  $300^\circ\text{C}$  en la primera etapa del pre-calentador llegando hasta los  $850^\circ\text{C}$  en la etapa cuatro del pre-calentador e ingresando inmediatamente al horno rotativo para el proceso de cocción y transformación física y química del material que permite obtener las fases minerales del clínker necesario para el proceso final de la molienda de cemento.



*FIG 9. Silos de homogenización de crudo. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

#### **1.1.8 Clinkerización**

El proceso de cocción del material crudo sometido a altas temperaturas en un horno rotativo marca *Fuller Co* causa que las materias primas preparadas y constituidas anteriormente reaccionen y se combinen para producir el clinker, la temperatura de clinkerización o sinterización debe de alcanzar los 1350 °C en la zona más caliente del horno, el clinker abandona el horno a una temperatura aproximada a los 1000 °C, el cual pasará por un enfriador dotado de un sistema de transportador hidráulico que enfría rápidamente el clinker a temperatura de 90 a 100 °C y se fragmenta en un triturador de rodillos de clinker para clasificar su tamaño y finalmente es luego transportado por una cadena de arrastre y de cangilones a hall cubierto para su almacenamiento y reposo.

La generación del calor necesario para la cocción del crudo en el interior del horno se realiza con un sistema de quemador ubicado en la zona de salida del horno que toma el aire secundario que se recupera del enfriamiento de

clinker y que alcanza temperaturas que bordean entre 800 °C a 900 °C, se mezcla con el aire primario o exceso de aire requerido para la combustión completa del combustible y que a su vez es generado mediante un ventilador y conducido hacia el quemador. Se utiliza como combustible crudo reducido de petróleo que es previamente precalentado por un caldero que eleva su temperatura hasta 130 - 140°C utilizando como fluido de intercambio de calor aceite térmico a través de un sistema de tratamiento de combustibles en circuito cerrado que viene desde los tanques de almacenamiento de combustible.



*FIG 10. Horno rotatorio. Fuente: Compañía Industrias Guapán*



*FIG 11. Tobera y llama del quemador del horno rotatorio. Fuente: Compañía Industrias Guapán*

#### **1.1.9 Molienda de acabado**

Es la parte final en el proceso de fabricación de cemento; después de su enfriamiento, el clinker se transporta con un puente grúa hacia las tolvas de alimentación para el proceso final de molienda, el clinker es dosificado conjuntamente con yeso y adiciones de puzolana previamente secada y se somete a la disminución de tamaño en un sistema de pre-molienda y clasificación de tamaño por zaranda vibratoria, el mixer o mezcla de materiales es transportado hacia el sistema en circuito cerrado de molino de bolas y separador de alta eficiencia en donde se produce la molienda final y se alcanza la fineza necesaria que requiere el cemento para su aplicación y uso final. La alimentación al molino de bolas está constituida habitualmente por un mezcla de 65-75% de clinker, 20 - 25 % de puzolana seca, 3-4 % de yeso, dependiendo del tipo de cemento que se fabrique, producto del sistema de pre-molienda, la granulometría de la mezcla de materiales que ingresa al molino de bolas es menor a un tamaño de 6 mm. El molino tiene un diámetro de 3,66 m y una longitud total de 11,28 m, está dividido en dos cámaras: la primera de 3,66 m de longitud en la que se realiza la molienda

gruesa y la segunda de 7,62 m en la que se realiza la molienda fina cuyo producto descarga el molino por su parte periférica hacia un elevador transportador de cangilones que lleva el producto molido al separador de partículas de alta eficiencia completando el circuito cerrado de la molienda de cemento.

El molino tiene con una producción de alrededor de 60 TMPH y con una superficie específica de alrededor 4000 cm<sup>2</sup>/gr (blaines).



*FIG 12. Molino de Cemento marca Fuller Company. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

#### **1.1.10 Empaque / despacho**

En esta área se realiza todo lo que a empaquetado concierne, y se cuenta con despacho por sacos y despacho al granel.



*FIG 13. Área de empaque y despacho de cemento al granel. Fuente: Compañía Industrias Guapán*

Para esto se utiliza una ensacadora de 8 bocas de marca *Haver Boecker*, donde cada boca tiene un sistema de descarga para que el peso del saco sea el justo. Aquí se utilizan una variación de pesaje de  $\pm 0.5$ . Las fundas tienen micro perforaciones que permiten que el exceso de aire salga por el fondo plegable. Ya para su despacho hacia los camiones se utilizan bandas transportadoras en forma de cola de pez.



*FIG 14. Empaquetadora de 8 bocas Haver Boecker. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*



## **CAPITULO 2. SISTEMA DE MOLIENDA.**

### **2.1 Introducción**

Al ser uno de los procesos cruciales y más importantes en las últimas etapas de fabricación de cemento, merece un enfoque más profundo, ya que es allí donde el clinker, yeso y puzolana se convierten en cemento. De este proceso dependen las características y propiedades físicas del cemento como son el tiempo de fraguado, superficie específica, resistencia mecánica, falso fraguado, consistencia. “Una molienda muy fina tiene desventajas como elevados costos de producción, formación de una pasta con mayor contracción y más susceptibilidad de agrietamiento, además que las partículas de cemento al ser más finas se deterioran con mayor rapidez siendo expuestas al ambiente. En otro caso al tener partículas muy gruesas se expone a que el cemento sufra una rápida hidratación generando una disminución de su resistencia” (*Apuntes, asignatura de Tecnología de Cementos U Cuenca, 2011*). Con estas pautas es primordial realizar controles al material resultante del proceso de molienda mediante pruebas de carácter físico-químico, con la finalidad de que se tenga la certeza que el producto fabricado cumpla con los requisitos de la *Norma Técnica Ecuatoriana NTE 490:2011*.

**TABLA 1. Especificaciones técnicas de molino de acabado. Fuente:**  
*Compañía Industrias Guapán.*

<b>ESPECIFICACIONES TÉCNICAS DE MOLINO DE CEMENTO</b>		
<b>DESCRIPCIÓN</b>		<b>UNIDADES</b>
Diámetro	3,6	m
Longitud molino	11,28	m
Longitud cámara 1	3,66	m
Longitud cámara 2	7,72	m
Motor eléctrico	3000	HP
Consumo energético promedio	43	KWh/ton
Nivel de producción	60-70	TMPH
Superficie específica media	4100	cm <sup>2</sup> /g
Retenido tamiz 45 micras	3	%
<b>NOTAS</b>	Descarga periférica	
	Separador de aire alta eficiencia	



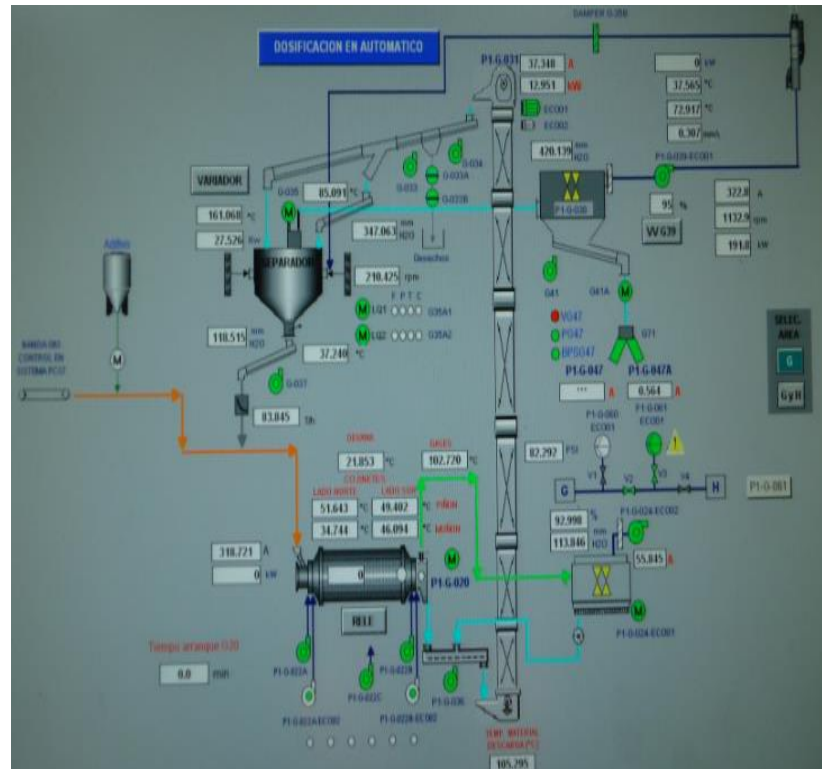


FIG 15. Diagrama general del sistema de molienda de cemento. Fuente: panel central de operaciones Compañía Industrias Guapán.

## **2.2 Trituración de Yeso**

Esta área de trituración se encuentra equipada con una trituradora marca Metso de mandíbulas que posee una producción de 30 a 50 t/h en un tamaño menor a 20 mm. Dicho material es transferido por una banda transportadora hacia las tolvas de materiales en los halls de almacenamiento del sistema de molienda de cemento.



*FIG 16. Triturador de mandíbulas marca Metso. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

### **2.3 Secador de puzolana y pre-molienda de clinker**

El sistema de secado de puzolana consta está conformado por: banda transportadora de puzolana húmeda hacia el secador de puzolana, quemador y secador rotativo, banda transportadora, elevador de cangilones que transfiere el material seco al silo de puzolana, y colector de polvos del secador rotativo. En la *FIG 16* se muestra el quemador-secador rotativo de 18 metros de longitud y 2,2 metros de diámetro para secar puzolana de humedad del 12 % hasta un rango de 2 al 3 % de humedad.



FIG 17. Quemador-secador rotativo. Fuente: Compañía Industrias Guapán.

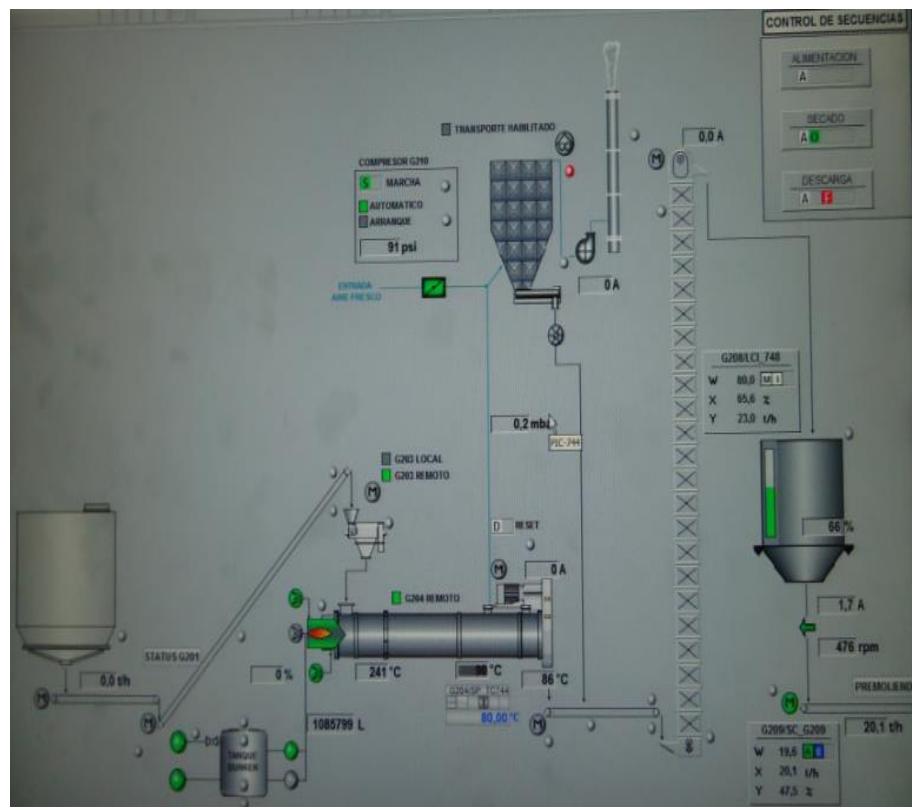


FIG 18. Diagrama pre-molienda y secado del sistema de molienda de cemento. Fuente: panel central de operaciones Compañía Industrias Guapán.

## **2.4 Sistema de tamizado y pre-molienda de clinker, yeso y puzolana**

El sistema se encuentra formado por los siguientes componentes:

- Tolva de puzolana seca; tolvas y bandas pesadoras dosificadoras de yeso, clinker, caliza (adición)
- Elevador de cadenas de cangilones
- Zarandas vibratorias (2) para separación de gruesos y finos del mixer (componentes de la mezcla)
- Triturador de impacto vertical para disminución del tamaño de granos de la mezcla de molienda
- Sistema colector de polvos de la trituración del mixer (mezcla de componentes para la molienda)
- Tolva de finos del mixer (clinker, yeso, puzolana, caliza listo para alimentación al molino de bolas
- banda transportadora del mixer hasta el ducto de entrada de Alimentación fresca al molino
- Molino de bolas de dos cámaras de descarga periférica



*FIG 19. De izq a der: 1) Tolva de finos de mixer. 2) Zarandas vibratorias. 3) Triturador mixer (pre-molienda). Fuente: panel central de operaciones Compañía Industrias Guapán.*

Para el paso del material correcto y el retorno de las partículas grandes se cuenta con un sistema de zarandas vibratorias que separan el material

proveniente de la trituradora de mandíbulas pequeña. Los finos son transportados directamente al silo de finos del mixer de molienda



*FIG 20. Juego de zarandas vibratorias para gruesos y finos. Fuente: panel central de operaciones Compañía Industrias Guapán.*

Los gruesos de las zarandas mayores a 6 mm de tamaño se transfieren al depósito de alimentación del triturador de impacto vertical, el grueso del triturador retorna a travez del elevador de cadena de cangilones a las zarandas formando un circuito cerrado de clasificación de tamaño.

El flujo de material de los componentes de la molienda que se pre-muelen en el triturador de impacto regresan por el elevador a las zarandas y los finos tamizados menores a 6 mm de tamaño se trasfieren por medio de una banda transportadora directamente al silo de finos del mixer de molienda evitando así en el circuito cerrado de la pre-molienda que entre material fino al triturador de impacto vertical.

Finalmente el mixer de pre-molienda se transfiere desde el silo de finos por medio de un sistema de válvula rotativa que controla el flujo de material que ingresa a una banda transportadora pesadora que transfiere el material al ducto de alimentación fresca al molino de bolas de dos cámaras.



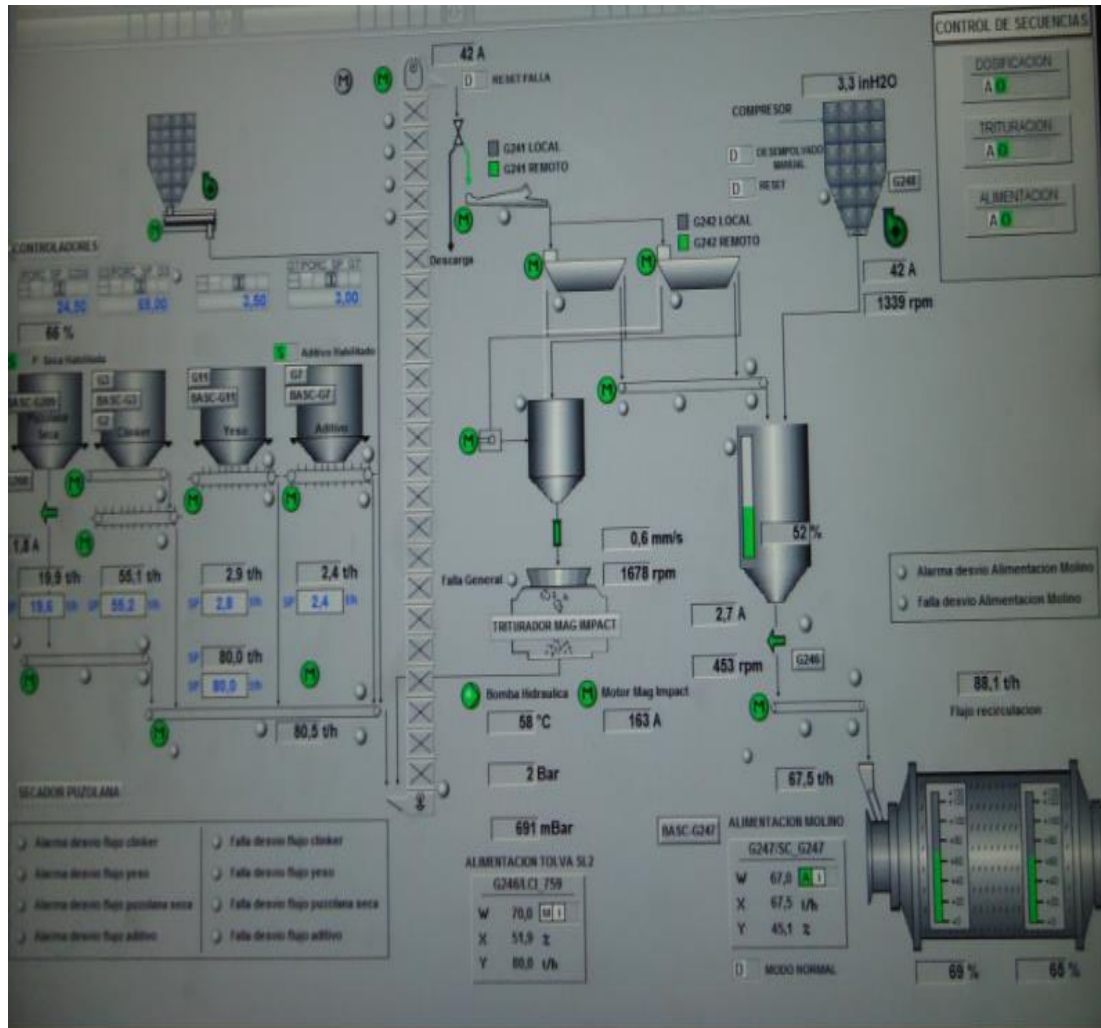


FIG 20. Diagrama dosificación, trituración y alimentación al molino de cemento. Fuente: panel central de operaciones Compañía Industrias Guapán.

## 2.5 Separadores<sup>1</sup>

Ampliamente conocidos en la industria se encargan de dispersar partículas por aire mediante un sistema de plato giratorio. Su funcionamiento se basa en una corriente de aire que es proporcional al cuadrado de la dimensión media de una partícula y la fuerza de la gravedad que es ejercida sobre una partícula es proporcional al volumen.

<sup>1</sup> F.L-SMIDTH-FULLER CO. Descripción de Separador de Aire O-SEPA. Bethlehem. 2000



*FIG 21. Separador de Alta Eficiencia O-SEPA. Fuente: Compañía Industrias Guapán*

Generalmente cuando una partícula está en caída libre sobre una corriente de aire tendrá mayor incidencia la primera. Los caudales de entrada de aire y la velocidad de rotación del tambor del plato dispersor son importantes para que las partículas lleguen a la zona de separación más rápido, donde las partículas más grandes son expulsadas hacia el exterior debido a que pierden fuerza centrífuga, para finalmente ser recogidas junto al material más grueso.

### **2.5.1 Descripción funcional<sup>2</sup>**

El material que se alimenta al O-Sepa es dirigido por los ductos de alimentación hacia la placa de dispersión ubicadas en la parte superior del rotor. Luego es distribuida por la fuerza centrífuga hacia la apertura anular ubicada entre el rotor y las paletas guía estacionarias, la placa amortiguadora provee un anillo de impacto para dirigir el material hacia la zona inferior del separador. EL producto es entonces transportado por el flujo de aire a través del separador hacia el centro del rotor y sale del

---

<sup>2</sup> Archivo Técnico de Equipos, Compañía Industrias Guapán

separador a través del ducto de salida ubicado en la parte superior en forma de codo en ángulo recto. Los rechazos caen dentro de la tolva y son descargados a través de la válvula de compuerta ubicada en el ducto de salida del cono de descarga del separador.

## **2.6 Dámper**

Sirve para regular la salida de material fino proveniente de la molienda o en su defecto el flujo de material fino proveniente del separador de alta eficiencia.



*FIG 22.Dámper. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

Debido a esto cuando se disminuye la velocidad del variador de velocidad existirá mayor caída de material grueso que contenga mayor cantidad de material fino

## **2.7 Diafragmas y cámaras<sup>3</sup>**

Los molinos se encuentran segmentados mediante diafragmas, que cumplen la función de imposibilitar el paso de partículas grandes a la segunda cámara

---

<sup>3</sup> **DUDA**, Walter, Manual Tecnológico del Cemento, Editores Técnicos Asociados S.A 1977, pg 105



en donde se realizará la molienda de finos. Los diafragmas tienen gran influencia en la calidad del material final obtenido. Se tienen diafragmas con pared doble que se encuentran colocados entre la primera y segunda cámara de molienda. El material ya reducido en la cámara de entrada ingresa por una ranura que se encuentra en la pared del diafragma, para luego pasar a un sistema en espiral que hace que el material tenga un recorrido hacia la segunda cámara y llegue a la pared de salida.



*FIG 23. Vista de la carga molturante del molino de bolas y del diafragma de separación con rejillas periféricas entre la primera y segunda cámara del molino. Fuente: Compañía Industrias Guapán.*

## **2.8 Fracción granulométrica en molienda de acabado<sup>4</sup>**

En rangos de 3 a 30 micras es importante para el desarrollo de las resistencias mecánicas del cemento. En fracciones inferiores a 3 micras ayudan a favorecer resistencias iniciales, en donde dicha fracción se hidratará rápidamente y después de un día suministrará las resistencias más altas a compresión y flexión.

Con fracciones por encima de las 60 micras se hidrata lentamente y sólo representa papel secundario en las resistencias anteriormente mencionadas. Generalmente en finuras muy altas que se encuentran en el orden de los 5000 cm<sup>2</sup> /g ya no tiene influencia el crecimiento de las resistencias.

---

<sup>4</sup> **DUDA**, Walter, Manual Tecnológico del Cemento, Editores Técnicos Asociados S.A 1977, pág 110

## **2.9 Relación molienda- blaine<sup>5</sup>**

La finura al transferir las propiedades físicas más importantes del cemento como su valor hidráulico genera que la hidratación en los granos de cemento. Esto ocurre desde la superficie hacia el interior, el área de superficie total de las partículas de cemento es quien constituye el material de hidratación.

El tamaño del grano (finura del cemento) tiene gran influencia sobre sus propiedades especialmente sobre la velocidad de hidratación, desarrollo de calor, retracción y aumento de la resistencia con la edad.

De esta manera una molienda muy fina da lugar a cementos que endurecen muy rápidamente y por tanto también tienen un desarrollo rápido de resistencia. Sin embargo un alto grado de finura representa un costo considerable debido a que aumenta el tiempo de molienda, además mientras más fino sea el cemento se deteriorará con mayor rapidez por la exposición a la atmosfera (siendo más higroscópico). Así también liberará mayor cantidad de calor de hidratación generando una retracción mayor siendo más susceptible a la fisuración. Con lo que se afirma que un cemento fino exuda menos debido a que retiene mejor el agua al tener mayor superficie de hidratación.

En el caso de cementos con granos muy gruesos se hidratan y endurecen lentamente pudiendo producir exudación por agua por su escasa capacidad de retenerla. La hidratación de los granos es lenta con estimaciones de hidratación en el orden de 3,5 micras en 28 días, lo que significa que las partículas relativamente gruesas pueden durar varios años en hidratarse e inclusive no llegar a hidratarse en forma total, quedando en su interior un núcleo anhidro lo cual daría un rendimiento bajo al cemento.

---

<sup>5</sup>**LLORET**, Fernando, Apuntes Tecnología de Cementos, Facultad de Ciencias Químicas, Cuenca, 2011

## **CAPITULO 3. PLANEACIÓN Y DISEÑO DE EXPERIMENTOS**

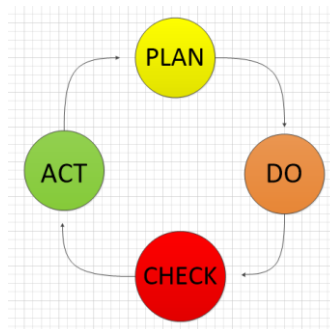
### **3.1 Introducción**

En la práctica se realizan experimentos con el objetivo de tomar decisiones sobre métodos, materias primas, condiciones en que se operan los procesos con el fin de detectar, resolver y minimizar problemas en lo que a calidad se refiere. Muchas pruebas se realizan sobre la marcha en base a la intuición o experiencia de las personas que conocen el proceso, con lo que se evita seguir un plan experimental adecuado que garantice una respuesta correcta a las interrogantes planteadas. El éxito de un experimento se encuentra fundamentado en la calidad de su planeación, es por ello que lo primero que se debe realizar es conceptualizar el problema y decidir la mejor estrategia experimental para abordarlo. Hay que tener presente que el diseño experimental utilizado para este caso de investigación ayudará a profundizar y probar conjeturas de variables de proceso que causan efectos sobre el sistema de molienda de cemento.

### **3.2 Diseño experimental y ciclo Deming**

Las estrategias de mejora continua tienen relación directa con el denominado *ciclo Deming* que muestra estrategias a seguir con el fin de mejorar continuamente un producto, proceso o servicio. El ciclo se basa en 4 etapas: plan (planear), do (hacer), check (verificar), act (actuar)

En la FIG 14 se muestra el ciclo Deming:



*FIG 24. Ciclo Deming. Fuente: El autor.*

### 1.-Plan (Planear el experimento)

Se localiza el problema que se lo pueda abordar con diseño experimental, donde dicho problema se lo puede cuantificar en base al inconveniente que causa a la compañía. Ya ubicado el problema se procede a determinar los factores controlables que pudieran tener alguna influencia sobre las características de calidad del producto<sup>6</sup>.

Luego se diseña un plan experimental más conveniente a la situación con lo que se queda especificado el número de corridas del proceso que han de realizarse es decir cuales tratamientos y cuantas repeticiones de cada uno.

### 2.- Do (Hacer)

Se hacen las corridas experimentales donde se prueba el proceso en cada tratamiento especificado en la etapa de planeación. Hay que decir que estas corridas se hacen en orden aleatorio y de acuerdo al plan experimental seleccionado.

### 3.- Check (verificar)

Consiste en analizar los datos con técnicas adecuadas, en donde se verifican supuestos y se determina el mejor tratamiento para la variable respuesta.

### 4.- Act (actuar)

Se implementan los resultados mediante pruebas confirmatorias para tener una mejor representatividad del desempeño del proceso en el nuevo tratamiento. En base a lo realizado es posible planear otro experimento y repetir el ciclo Deming. *“Cada vuelta al ciclo implica la mejora, ya que en el peor de los casos cuando no se consigue la mejora se ha logrado obtener mayor conocimiento del proceso” (Gutiérrez Pulido, 2008, pág. 323)*

---

<sup>6</sup> Cabe indicar que tanto variables de entrada, salida y dominio experimental fueron propuestos y entregados por Compañía Industrias Guapán

### **3.3 Definición del problema**

En la industria cementera el proceso de molienda de acabado o molienda de cemento es la parte final de proceso en la fabricación de cemento, siendo allí donde el cemento adquiere propiedades físicas importantes que deben cumplir con requisitos de calidad. En esta investigación se realizará el análisis minucioso a las variables que afectan el proceso de molienda de cemento Portland, siendo una de las más importantes la fineza (blaine), ya que las partículas de cemento por ser muy pequeñas, no pueden ser separadas por mallas o un conjunto de ellas, es así que un aumento de la finura del cemento podría generar inconvenientes como una hidratación temprana ya que con un alto grado de finura se eleva la cantidad de yeso requerido para propiciar un efecto retardante adecuado, puesto que en cementos más finos, existe más cantidad de aluminato tricálcico (C3A) libre para una velocidad de hidratación rápida. Otro factor importante es el desarrollo rápido de la resistencia a la compresión en el concreto, especialmente a edades mayores o cercanas a los siete días. El concreto hecho con tipo III tiene a los tres días una resistencia a la compresión igual a la del tipo I a los siete días; es decir que dependiendo del grado de finura de partícula la resistencia aumentará o disminuirá.

Por otro lado moler las partículas del cemento hasta obtener un alto grado de finura presenta de igual manera desventajas como elevación de costos de producción, formación de una pasta con mayor contracción y más susceptibilidad de agrietamiento, además que las partículas de cemento al ser más finas se deterioran con mayor rapidez por la atmósfera.

### **3.4 Importancia del estudio**

Por los motivos expuestos anteriormente es de suma importancia realizar un estudio enfocado a esta parte del sistema de fabricación de cemento ya que es necesario regularla y controlar las variables que se encuentran afectando directamente al proceso de molienda. Es así que en la actualidad las recomendaciones técnicas de Control de Calidad (Compañía Industrias

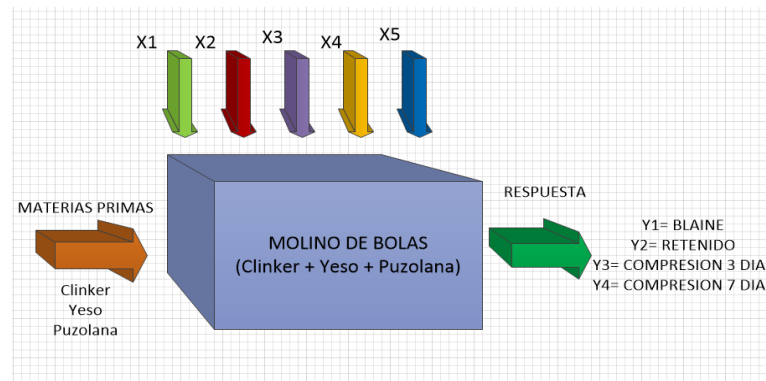
Guapán) se encuentra un Blaine (fineza) entre 4100 – 4200 cm<sup>2</sup> /gr. Dependiendo de las condiciones de producción el valor del blaine variará y lo que se pretende hacer con esta investigación es mediante modelos matemáticos expresar lo que ocurre en el proceso con lo que se asegura que exista un producto confiable y un proceso más controlado.

### **3.5 Objetivos de investigación**

- Identificar las variables significativas que inciden en el proceso de molienda y secado de cemento.
- Proponer un diseño experimental de dos niveles y k factores con las variables ya definidas, que permita modelar el comportamiento del proceso así como la interrelación entre las variables seleccionadas.
- Analizar las características de calidad del producto final.
- Analizar los resultados obtenidos.

### **3.6 Elementos que conforman el estudio experimental**

Para el estudio entrará en análisis el sistema de molienda en donde se muelen materias primas como clinker, yeso y puzolana que estarán siendo afectadas por variables como alimentación al molino ( $X_1$ ), separador de aire ( $X_2$ ), dosificador de puzolana ( $X_3$ ), apertura de dámara ( $X_4$ ) y variador de velocidad ( $X_5$ ). Finalmente el resultado de la molienda (cemento) será analizado en pruebas como blaine ( $Y_1$ ), retenido ( $Y_2$ ), resistencia a los 3 días ( $Y_3$ ) y resistencia a los 7 días ( $Y_4$ ) siendo estos valores las respuestas del análisis. En la *FIG 12* se muestra cada uno de los factores escogidos para la puesta en marcha del análisis experimental:



*FIG 25. Diagrama de molienda de cemento con las variables que intervienen en su operación que han sido tomadas para el análisis experimental. Fuente: El autor*

En el diagrama se reconocen algunas partes importantes:

- a) Factores controlables: Son variables del proceso que se pueden colocar en un nivel dado. En el caso de la experimentación se tuvo un dominio experimental ya dado como son las variables X1, X2, X3, X4, X5.
- b) Variable de respuesta: Por medio de estas variables se puede evidenciar directamente el resultado o efecto que tenga cada prueba experimental. Se la representa con la letra Y, y en el caso de investigación se proponen Y1, Y2, Y3, Y4.

### **3.7 Factores que pueden afectar el diseño experimental**

La puesta en marcha del diseño experimental puede ser afectada por el nivel de complejidad y capacidad del sistema de producción, el movimiento de variables de operación para realizar los experimentos y la operación de molienda de cemento a las condiciones del diseño experimental.

### **3.8 Factores a considerar durante la experimentación<sup>7</sup>**

- a) La *aleatorización* consiste en hacer las corridas experimentales al azar y con material también seleccionado aleatoriamente. Este principio aumenta la probabilidad de que el supuesto de independencia de los errores se cumpla, lo cual es un requisito para la validez de las pruebas estadísticas que se realizan.
- b) La *repetición* es correr más de una vez un tratamiento o una combinación de factores. Se deberá replicar no inmediatamente después de haber realizado el tratamiento, sino según corresponda a la aleatorización. Mediante la *repetición* se podrá apreciar el grado de variabilidad total de los datos lo cual se lo realiza mediante las pruebas d datos centrales distribuidos en todo el experimento.

### **3.9 Dominio experimental**

Las variables de entrada que se poseen se las colocan a dos niveles cada una siendo “Alto” y “Bajo” o “+1” y “-1”, respectivamente. El diseño debe poseer todas las combinaciones posibles de las variables de entrada en niveles alto/bajo, lo cual se denomina diseño experimental factorial completo a dos niveles; por tanto, un diseño experimental factorial completo tiene  $2^k$  experimentos. Para el estudio se han tomado 5 factores de entrada, por tanto se deben realizar 32 experimentaciones. Las variables de entrada se muestran en la siguiente tabla:

---

<sup>7</sup> **DE LA VARA SALAZAR**, Román, Análisis y Diseño de Experimentos Segunda Edición, McGraw-Hill 2008, México. pág 13



*TABLA 1. Niveles de cada factor para determinar su efecto. Fuente: Departamento de Producción Compañía Industrias Guapán.*

VARIABLES	LIMITES		UNIDADES
	MENOR	MAYOR	
Alimentación	65	68	Toneladas
Velocidad de separador de aire G35	67	72	%RPM
Dosificador de puzolana seca	26	28	%
Apertura de dámper G24	80	100	%
Variador de velocidad G39	90	95	%RPM

*TABLA 2. Variables de salida. Fuente: El autor*

VARIABLES DE SALIDA	
VARIABLES	UNIDADES
BLAINE	cm <sup>2</sup> /g
RETENIDO	%
RESISTENCIA 3D	MPA
RESISTENCIA 7D	MPA

### **3.10 Selección del diseño experimental <sup>8</sup>**

Para seleccionar un diseño experimental hay que basarse en los siguientes criterios:

1. El objetivo del experimento.
2. El número de factores a estudiar.
3. El número de niveles que se prueban en cada factor.

<sup>8</sup> **GUTIERREZ**, Humberto, *Análisis y Diseño de Experimentos Segunda Edición*, McGraw-Hill 2008, México.

4. Los efectos que interesa investigar (relación factores-respuesta).
5. El costo del experimento, tiempo y precisión dada.

En la investigación se quiere encontrar la incidencia que tienen los 5 factores propuestos sobre las variables de respuesta Y1, Y2, Y3, Y4 es por ello que se ha escogido el diseño factorial, el mismo que *ayuda como base para realizar un proceso de optimización futuro.*

### **3.11 Diseño factorial**

Es un diseño experimental que sirve para estudiar el efecto individual y de interacción de varios factores sobre una o varias respuestas. Generalmente se determina una combinación de niveles de los factores en la que el desempeño del proceso sea el mejor. Los factores que pueden estudiarse son de tipo cualitativo o cuantitativo.

### **3.12 Diseño factorial $2^k$**

Es un método de análisis utilizado en la industria por presentar versatilidad y eficiencia. El factorial  $2^k$  es de suma importancia cuando se desea analizar entre 2 a 5 factores, es decir entre cuatro y treinta y dos experimentos. En la investigación de acuerdo a que se tiene el conocimiento de los factores a analizar se ha escogido el diseño con cinco factores para evaluar su efecto mediante un diseño factorial  $2^k$ .

Con un total de treinta y dos experimentos se estudiara si las variables seleccionadas tienen efecto sobre el sistema de molienda y la superficie específica del cemento.

Este tipo de diseño tiene como ventajas:

- 1.-Permiten estudiar el efecto individual y de interacción de distintos factores.

- 2.- Son diseños que se pueden aumentar para formar diseños compuestos en caso de que se requiera una exploración más completa.
- 3.- La interpretación y el cálculo de los efectos puede hacerse con aritmética elemental, en particular cuando cada factor se prueba a dos niveles.
- 4.- Eliminan el efecto producido por las variables perturbadoras o extrañas mediante la aleatorización.
- 5.- El control y manipulación de las variables predictorias clarifican la dirección y la naturaleza de la causa.

### **3.13 Diseño factorial a dos niveles y cinco factores**

Se analizarán cinco factores a dos niveles cada uno, con treinta y dos experimentos diferentes en donde se encontrará cual es el factor que está afectando al sistema de molienda y a la superficie específica del cemento, para finalmente generar un modelo matemático que representará el comportamiento del sistema analizado.

La matriz del diseño se construye en la primera columna alternando signos “+” y -, empezando con signo “-” hasta llegar a treinta y dos; la segunda columna se alterna dos signos menos con dos más y así sucesivamente hasta k-ésima columna compuesta por  $2^{k-1}$  signos - seguidos de  $2^{k-1}$  signos +. De esta manera se garantiza que absolutamente ningún experimento se repetirá.

La matriz de estudio se muestra en la *TABLA 3*:

**TABLA 3: Matriz de signos del diseño experimental. Fuente: El autor.**

# Experimentos	X1	X2	X3	X4	X5
1	-	-	-	-	-
2	+	-	-	-	-
3	-	+	-	-	-
4	+	+	-	-	-
5	-	-	+	-	-
6	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-
8	+	+	+	-	-
9	-	-	-	+	-
10	+	-	-	+	-
11	-	+	-	+	-
12	+	+	-	+	-
13	-	-	+	+	-
14	+	-	+	+	-
15	-	+	+	+	-
16	+	+	+	+	-
17	-	-	-	-	+
18	+	-	-	-	+
19	-	+	-	-	+
20	+	+	-	-	+
21	-	-	+	-	+
22	+	-	+	-	+
23	-	+	+	-	+
24	+	+	+	-	+
25	-	-	-	+	+
26	+	-	-	+	+
27	-	+	-	+	+
28	+	+	-	+	+
29	-	-	+	+	+
30	+	-	+	+	+
31	-	+	+	+	+
32	+	+	+	+	+

Con la matriz de signos *TABLA 3* se plantean los treinta y dos experimentos con su signo respectivo de manera que ninguno de ellos se repita en el transcurso de la experimentación.

Un diseño factorial  $2^5$  se tiene 5 efectos principales, 10 interacciones dobles, 10 interacciones triples, 5 interacciones cuádruples y una interacción quíntuple lo cual da un total de  $2^5 - 1 = 31$  efectos. Según el álgebra matricial se debe elaborar una matriz con 31 efectos y una matriz modelo que tendrá el valor de 1 en todos sus niveles. De la matriz del diseño mostrada en la *TABLA 3* se procede a elaborar la matriz de modelo

(TABLA 4), que consta de las combinaciones que han sido generadas de las interacciones entre los factores que van a ser estudiados:

*TABLA 4. Matriz de modelo e interacciones. Fuente : EL autor*

#Exp	M. MOD	X1	X2	X3	X4	X5	X1X2	X1X3	X1X4	X1X5	X2X3	X2X4	X2X5	X3X4	X3X5	X4X5	X1X2X3	X1X2X4	X1X2X5	X1X3X4	X1X3X5	X1X4X5	X2X3X4	X2X3X5	X2X4X5	X3X4X5	X1X2X3X4	X1X2X3X5	X1X2X4X5	X1X3X4X5	X2X3X4X5	X1X2X3X4X5
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	
2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
3	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1
4	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
5	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
6	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1
8	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1
9	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
10	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1
11	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
12	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
13	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
14	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1
15	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
16	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1
17	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
18	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
19	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
20	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1
21	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
22	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1
23	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
24	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1
25	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
26	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
27	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1
28	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1
29	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1
30	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1
31	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Generalmente el estudio se enfoca en el análisis de los efectos principales y las interacciones dobles. Hay que considerar que el modelo matemático también tendrá interacciones triples, cuádruples y quintuples pero se las puede descartar debido a que sus estimadores de modelo y de interacción son pequeños.

### **3.14 Análisis estadístico**

#### **3.14.1 Análisis de regresión multivariante**

Los datos que se obtienen en la experimentación se deben ajustar a un modelo matemático que ayude a predecir el comportamiento y sobre todo la influencia de todas las variables que tienen sobre las respuestas. Con la regresión multivariante se obtienen coeficientes denominados parámetros que sirven para obtener información con el fin de evaluar la importancia de los factores en el modelamiento del sistema. Mediante esto se pueden observar claramente los factores significativos y desechar los que no tienen influencia.

#### **3.14.2 Errores comunes en modelos matemáticos<sup>9</sup>**

Un modelo es la representación propia del comportamiento de un sistema, aunque generalmente se cometen ciertos errores que se encuentran enumerados de la siguiente manera:

- a) **Colinealidad.-** Se debe cuando dos variables al ser independientes se encuentran fuertemente correlacionadas la regresión múltiple no puede ser capaz de determinar cuál es importante. En este caso se dice que las variables son colineales.

---

<sup>9</sup> **MEJIA W-SERRANO J**, Obtención del 5-hidroximetilfurfural a partir de fructosa, Universidad de Cuenca, 2011, Ecuador.

- b) **Clusterización.**- son grupos de objetos muy semejantes entre sí (los grupos que están cohesionados internamente). Lo importante de esto es que los niveles en los que se vayan a probar los factores se encuentren alejados para que se pueda diferenciar el efecto de cada uno, evitando de esta manera la cohesión mencionada al inicio.
- c) **Heterogeneidad.** Los factores que precisan las condiciones de experimentación están definidas en sus propias unidades. Por ejemplo la alimentación al molino en toneladas, la velocidad del separador en revoluciones por minuto, dosificador de puzolana seca en porcentaje, apertura de dâmpen en porcentaje y variador de velocidad en revoluciones por minuto. Es decir, se tendrá una variedad con cada variable siendo única dependiendo solamente de su unidad y escala de medida.

Es importante explicar que en la regresión multivariante se realizará un ajuste con mínimos cuadrados ordinarios con lo que se logra minimizar la sumatoria de cuadrados residuales. Para poder relacionar los coeficientes se utilizan un modelo lineal, el mismo que puede ser un polinomio así:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \varepsilon \quad (3.14.2.1)$$

En la ecuación anterior los valores de  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_5$  son los factores de los cuales estará en relación la respuesta modelo. Además los parámetros o coeficientes de regresión que son  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$ ,  $\beta_5$ .

En general, se puede describir un modelo que contenga  $k$  variables independientes, mismo que describe un hiperplano en  $k$  dimensiones como variables independientes tenga:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (3.14.2.2)$$



Nótese al igual que en el caso descrito anteriormente que los parámetros  $\beta$ ,  $j=0,1,2,\dots, k$  son los coeficientes de regresión y que cualquier  $\beta_j$  parámetro representa el cambio esperado en la respuesta  $Y$  por unidad de cambio de  $x_j$  cuando todas las variables independientes restantes son mantenidas constantes. Modelos más complejos todavía pueden ser analizados por regresión lineal multivariante, como es el caso de modelos que representan no solo a los factores principales ( $x_j$ ) sino también sus interacciones:

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j X_j + \sum \sum_{i < j}^1 \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (3.14.2.3)$$

### **3.14.3 Modelo matemático**

Para la investigación se tomara en cuenta las variables principales y las interacciones que existen entre los factores propuestos en la investigación. Los modelos matemáticos se basan en el número de experimentos para realizar el cálculo de parámetros  $\beta$  del modelo, que es igual al número de parámetros del modelo y teniendo en cuenta que se aplicara un diseño factorial  $2^5$ , con un número mínimo de experimentos que son treinta y dos, y se lo representa así:

$$\begin{aligned} y = & \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \beta_{14} X_1 X_4 \\ & \beta_{15} X_1 X_5 + \beta_{23} X_2 X_3 + \beta_{24} X_2 X_4 + \beta_{25} X_2 X_5 + \beta_{34} X_3 X_4 + \beta_{35} X_3 X_5 + \beta_{45} X_4 X_5 + \\ & \beta_{123} X_1 X_2 X_3 + \beta_{124} X_1 X_2 X_4 + \beta_{125} X_1 X_2 X_5 + \beta_{134} X_1 X_3 X_4 + \beta_{135} X_1 X_3 X_5 + \beta_{145} X_1 X_4 X_5 \\ & + \beta_{234} X_2 X_3 X_4 + \beta_{235} X_2 X_3 X_5 + \beta_{245} X_2 X_4 X_5 + \beta_{345} X_3 X_4 X_5 + \beta_{1234} X_1 X_2 X_3 X_4 + \\ & \beta_{1235} X_1 X_2 X_3 X_5 + \beta_{1245} X_1 X_2 X_4 X_5 + \beta_{1345} X_1 X_3 X_4 X_5 + \beta_{2345} X_2 X_3 X_4 X_5 + \\ & \beta_{12345} X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 + \varepsilon \end{aligned} \quad (3.14.3.1)$$

El modelo matemático anterior se lo puede expresar matricialmente así:

$$y = [X][\beta] + [\varepsilon] \quad (3.14.3.2)$$

Dónde:

**Y:** es el vector de respuestas

**X:** es la matriz del diseño

**$\beta$**  : es el vector de coeficientes de regresión

**$\varepsilon$ :** es el vector de errores aleatorios

Esta ecuación es representada matricialmente de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \\ y5 \\ y6 \\ y7 \\ y8 \\ y9 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ y30 \\ y31 \\ y32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - & - & - & + & + & + & +... & + & + & - \\ + & - & - & - & - & - & - & - & - ... & - & + & + \\ - & + & - & - & - & - & + & + & +... & + & - & + \\ + & + & - & - & - & + & - & - & - ... & - & - & - \\ - & - & + & - & - & + & - & + & +... & - & - & + \\ + & - & + & - & - & - & + & - & - ... & + & - & - \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ - & + & + & - & - & - & - & + & +... & - & + & - \\ + & + & + & - & - & + & + & - & - ... & + & + & + \\ - & - & - & + & - & + & + & - & +... & - & - & + \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta1 \\ \beta2 \\ \beta3 \\ \beta4 \\ \beta5 \\ \beta6 \\ \beta7 \\ \beta8 \\ \beta9 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \beta30 \\ \beta31 \\ \beta32 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon1 \\ \varepsilon2 \\ \varepsilon3 \\ \varepsilon4 \\ \varepsilon5 \\ \varepsilon6 \\ \varepsilon7 \\ \varepsilon8 \\ \varepsilon9 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon30 \\ \varepsilon31 \\ \varepsilon32 \end{bmatrix} \quad (3.14.3.3)$$

De la ecuación anterior se puede ver que se tienen las variables de salida que es igual a la matriz de signos que comprende los valores mínimos y máximos del dominio experimental que es multiplicada por los coeficientes de regresión y sumada más los errores aleatorios.

Lo que se pretende es hallar un vector con los estimadores de los mínimos cuadrados para minimizar así:

$$S = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon^T \varepsilon = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \quad (3.14.3.4)$$

Desarrollando la expresión 1.6 se tiene lo siguiente:

$$S = y^T y - \beta^T X^T y - y^T X \beta + \beta^T X^T X \beta \quad (3.14.3.5)$$

Tomando en cuenta que es una matriz de 1x1, la transpuesta es el mismo valor escalar y queda así:

$$\beta^T X^T y \quad (3.14.3.6)$$

La expresión 1.8 indica que se trata de una matriz de (1x1)

Ahora la matriz transpuesta es el mismo escalar y se calcula como sigue:

$$(\beta^T X^T y)^T = y^T X \beta \quad (3.14.3.7)$$

Con lo que finalmente se obtiene:

$$S = y^T y - 2\beta^T X^T y + \beta^T X^T X \beta \quad (3.14.3.8)$$

Los estimadores de modelo de mínimos cuadrados deben satisfacer la siguiente expresión, así

$$X^T X \hat{\beta} = X^T y \quad (3.14.3.9)$$

Mediante artificio matemático se multiplica ambos lados de la ecuación matricial por  $X^T X$  y se obtiene:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (3.14.3.10)$$

Por tanto  $(X^T X)^{-1}(X^T X)$  es I o la denominada matriz identidad, y entonces el modelo ajustado quedaría así:

$$\hat{y} = X \hat{\beta} \quad (3.14.3.11)$$

La expresión  $(X^T X)^{-1}$  se la denomina matriz de dispersión y es quien ayuda a tener una idea del error de los coeficientes. Ahora el diseño factorial planteado presenta los errores más bajos siendo una ventaja respecto a otros métodos.

La matriz de dispersión para un factorial  $2^5$  se expresa de la siguiente manera:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1/32' & & & & & & & & & & & & & & & \\ \hline & 1/32' & & & & & & & & & & & & & & \\ \hline & & 1/32' & & & & & & & & & & & & & \\ \hline & & & 1/32' & & & & & & & & & & & & \\ \hline & & & & 1/32' & & & & & & & & & & & \\ \hline & & & & & 1/32' & & & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & 1/32' & & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & 1/32' & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & 1/32' & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & & 1/32' & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & & & 1/32' & & & & & \\ \hline & & & & & & & & & & & 1/32' & & & & \\ \hline & & & & & & & & & & & & 1/32' & & & \\ \hline & & & & & & & & & & & & & 1/32' & & \\ \hline & & & & & & & & & & & & & & 1/32' & \\ \hline & & & & & & & & & & & & & & & 1/32' \\ \hline \end{array} = 1/32 * I_{32}$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} = X^T y \quad (3.14.3.12)$$

$$\beta = \frac{1}{32} * I_{32} * X^T y = \frac{1}{32} * X^T y \quad (3.14.3.13)$$

$$\beta = \frac{1}{32} * X^T y \quad (3.14.3.14)$$

La matriz de dispersión, tiene a lo largo de la diagonal los coeficientes que, al ser multiplicados por el error experimental dan el valor de la varianza de los coeficientes del modelo. Los elementos que se encuentran fuera de la diagonal son coeficientes multiplicativos del error experimental para el cálculo de la covarianza entre los coeficientes de factores diversos. Es importante darse cuenta que el valor de la incertidumbre de los coeficientes es igual a  $1/n$ , donde  $n$  es el número de experimentos es decir 0,0312. Por tanto en los diseños factoriales la incertidumbre sobre los coeficientes es la misma para todos los coeficientes y es la mínima posible.

#### **3.14.4 Análisis de varianza<sup>10</sup>**

También conocido como ANOVA (*Analysis of Variance*) es una recopilación de modelos estadísticos y procedimientos asociados en donde la varianza se encuentra particionada en ciertos componentes debido a diversas variables. Con el ANOVA se pueden probar conjeturas a través de la variabilidad mediante hipótesis y el residuo del error experimental.

Mediante la comparación entre la hipótesis con el residuo se pueden tomar decisiones como en el caso si la variación residual es más grande (que tan grande es la significancia) entonces la hipótesis no es cierta, y si la variación es mayor y provocada por la hipótesis se concluye diciendo que la hipótesis es cierta.

$\hat{\beta}$  al ser un estimador no sesgado, por lo tanto su matriz de covarianza se determina así:

$$\text{cov}(\beta) = \sigma^2 (X^T X)^{-1} \quad (3.14.4.1)$$

---

<sup>10</sup> **MEJIA W-SERRANO J**, Obtención del 5-hidroximetilfurfural a partir de fructosa, Universidad de Cuenca, 2011, Ecuador.

Al hacer deducciones sobre el modelo, es útil hallar un estimador para  $\sigma^2$ . Para ello, se define a la *suma de los cuadrados del error* (SCE) como:

$$SCE = \sum_{i=1}^n e_i^2 = e^T e = (y - X\beta)^T (y - X\beta) \quad (3.14.4.2)$$

Desarrollando operaciones se llega a una ecuación de la forma:

$$SCE = y^T y - 2\hat{\beta}^T X^T y + \hat{\beta}^T X^T X \hat{\beta} \quad (3.14.4.3)$$

Y según ecuación anterior:

$$X^T X \hat{\beta} = X^T y \quad (3.14.4.4)$$

Se termina expresando lo siguiente:

$$SCE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y \quad (3.14.4.5)$$

Ahora la SCE tiene  $n-k-1$  grados de libertad, donde  $k+1$  es el número de parámetros estimados en el modelo de regresión.

Por definición, se tiene que el *cuadrado medio del error* se define como:

$$CME = \frac{SCE}{dfe} = \frac{SCE}{n - k - 1} \quad (3.14.4.6)$$

Ahora se plantea la hipótesis sobre el modelo de regresión múltiple que consiste en analizar si la regresión es significativa o no, es decir se trata de buscar el estimador que puede inferir sobre  $\sigma^2$ , de la siguiente manera:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$
$$H_A: \beta_j \neq 0 \text{ para al menos } j = 1.2.3 \dots k$$

Con lo que al aceptar la hipótesis nula se afirma que ningún término o variable tiene un efecto significativo sobre la respuesta, y rechazar implicaría

que por lo menos un término en el modelo contribuye de manera significativa a explicar el valor de  $Y$ .

La suma total de cuadrados (STC) como la suma de los cuadrados de la regresión (SCR) y la suma de los cuadrados del error (SCE), se relaciona así:

$$STC = SCR + SCE \quad (3.14.4.7)$$

La suma total de cuadrados viene definida por:

$$STC = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (3.14.4.8)$$

Ahora con la ecuación 3.4 se tiene la siguiente expresión con la que se calcula la suma de cuadrados de regresión (SCR) así:

$$SCR = \hat{\beta}^T X^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (3.14.4.9)$$

Para decir si un modelo es o no aceptado se deben tener las denominadas medidas de ajuste mediante coeficientes que miden dicha calidad de ajuste y se lo denomina coeficiente de determinación  $R^2$  y se lo representa así:

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC} \quad (3.14.4.10)$$

El coeficiente mostrado anteriormente ayuda a medir la proporción de variabilidad explicada por el modelo. Un problema frecuente es que si se añaden factores al modelo aun así no sean significativos crean un problema estadístico.

Existe otro estadístico que se encuentra ajustado al tamaño real del modelo con su número real de factores. La misma expresión se puede reducir si los términos que no son significativos son añadidos al modelo.

Los coeficientes deben cumplir " $0 < R_{adj}^2 < R^2 < 1$ ", pero lo recomendable es que para que un modelo sea aceptado el valor de los *coeficientes debe ser mayor a 0,7*.

El coeficiente de determinación ajustado  $R^2_{adj}$  se define como:

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\frac{SCE}{dfe}}{\frac{SCT}{dfCT}} = 1 - \frac{\frac{SCE}{(n-k-1)}}{\frac{SCT}{(n-1)}} \quad (3.14.4.11)$$

### **3.14.5 Estimadores de modelo<sup>11</sup>**

Es importante conocer la significancia que tienen las variables en el análisis de regresión multivariante en la respuesta ya que al tener conocimiento de los coeficientes significativos se puede decir que el estimador de mínimos cuadrados  $\hat{\beta}$  es un vector aleatorio, donde su distribución es normal con media  $\beta$  y una matriz de covarianza dada por la ecuación 3.0.

Por lo tanto, el estadístico de prueba para examinar la hipótesis es:

Para analizar la hipótesis se utiliza la siguiente ecuación:

$$t_o = \frac{\beta_j}{\sqrt{CME (C_{jj})}} \quad (3.14.5.1)$$

De donde :

$C_{jj}$  es el elemento de la diagonal de la matriz de dispersión correspondiente al parámetro  $\beta_j$ .

Ahora se rechaza la hipótesis nula si  $|t_o| > t_{(\alpha/2; n-k-1)}$ . De donde  $\alpha$  es el nivel de significancia según la prueba a ejecutar (en el caso de experimentación se tomó el valor de 0,05), es decir si la hipótesis nula ha sido rechazada para algún estimador de modelo, la variable a la cual este estimador está asociado tendrá influencia en la respuesta que se genera a través del modelo.

---

<sup>11</sup> **GUTIERREZ**, Humberto, Análisis y Diseño de Experimentos Segunda Edición, McGraw-Hill 2008, México. pág. 178



### 3.14.6 Comprobación de existencia de curvatura<sup>12</sup>

Al tener modelos matemáticos lineales se trata de descartar la presencia de curvatura en el mismo y así evitar la adición de puntos al diseño factorial  $2^k$  que facilitan protección en contra de la curvatura de efectos de segundo orden, así como también permite una estimación independiente del error experimental.

El método consiste en agregar puntos centrales al diseño factorial replicando  $n$  veces este punto y cuando se añaden réplicas al centro los puntos centrales no afectan a los estimadores en el diseño factorial  $2^k$ .

Ahora lo importante es realizar un análisis para ver si existe o no curvatura, y para comprobar esto se realiza la suma de los cuadrados para curvatura pura (SCCP):

$$SCCP = \frac{n_f n_c (y_F - y_C)^2}{n_F + n_C} \quad (3.14.6.1)$$

Donde:

$n_f$  es el número de puntos del diseño factorial

$n_c$  es el número de experimentos en el punto central

$F$  es el promedio de la respuesta de los  $n_F$  puntos del diseño factorial

$C$  promedio de la respuesta de las  $n_C$  corridas en el punto central, haciendo notar también esta suma tiene un grado de libertad.

Más específicamente, para comprobar la presencia de curvatura debemos plantear la siguiente hipótesis:

$$H_0: \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0$$

$$H_0: \sum_{j=1}^k \beta_{jj} \neq 0$$

Para comprobar la hipótesis anterior, se debe comparar a la suma de los cuadrados para curvatura pura (SCCP) con el cuadrado medio del error calculado (CME) en función de los puntos centrales, dado por:

---

<sup>12</sup> **MEJIA W-SERRANO J**, Obtención del 5-hidroximetilfurfural a partir de fructosa, Universidad de Cuenca, 2011, Ecuador.

$$CME = \frac{SCE}{(n_c - 1)} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{(n_c - 1)} \quad (3.14.6.2)$$

Para lo cual es necesario usar el estadístico  $F_0$  (estadístico de Fisher) para comprobar la hipótesis:

$$F_0 = \frac{SCCP}{CME} \quad (3.14.6.3)$$

Ahora para que la hipótesis nula sea rechazada, tiene que  $F_0 > F(\alpha, dfn, dfd)$  donde  $\alpha$  es el nivel de significancia de la prueba (0,05),  $dfn$  son los grados de libertad del numerador (generalmente es 1) y  $dfd$  son los grados de libertad del denominador  $(n-k-1)$ , lo cual indica la presencia de curvatura o efectos de segundo orden.

## **CAPITULO 4. METOLOGÍA, ANALISIS Y RESULTADOS.**

### **4.1 Metodología**

De acuerdo a la planificación con el personal de Control de Calidad de la Compañía, mandos medios y de operación, se dispuso la siguiente metodología que se realizarán en las siguientes áreas de la fábrica:

- En el área de molienda de cemento de Compañía Industrias Guapán S.A
- En el panel central de control
- En el laboratorio de Control de Calidad

Primero mediante la información proporcionada por el Departamento de Producción de compañía Industrias Guapán y en coordinación con jefe del Departamento de Control de Calidad según experiencia de técnicos se han extraído variables de entrada y salida con los respectivos dominios experimentales que se muestran en las *TABLAS 5 y 6*:

**TABLA 5. Dominio experimental. Fuente: Departamento de Producción  
Compañía Industrias Guapán.**

VARIABLES (X <sub>n</sub> )	LIMITES		UNIDADES
	MENOR (-)	MAYOR (+)	
Alimentación (X1)	65	68	Toneladas
Velocidad de separador de aire G35 (X2)	67	72	%RPM
Dosificador de puzolana seca (X3)	26	28	%
Apertura de d�mper G24 (X4)	80	100	%
Variador de velocidad G39 (X5)	90	95	%RPM

**TABLA 6. Variables de salida. Fuente: Departamento de Producción  
Compañía Industrias Guapán.**

DESCRIPCÓN	UNIDADES	ESPECIFICACION
Superficie específica del producto final	cm <sup>2</sup> /gr	Y1
% retenido en el tamiz de 45 micras	%	Y2
Resistencia a la compresión 3d��as	Mpa	Y3
Resistencia a la compresión 7d��as	Mpa	Y4

**TABLA 7. Matriz de experimentos con niveles altos y bajos. Fuente: El Autor**

# Experimentos	X1	X2	X3	X4	X5
1	65	67	26	80	90
2	68	67	26	80	90
3	65	72	26	80	90
4	68	72	26	80	90
5	65	67	28	80	90
6	68	67	28	80	90
7	65	72	28	80	90
8	68	72	28	80	90
9	65	67	26	100	90
10	68	67	26	100	90
11	65	72	26	100	90
12	68	72	26	100	90
13	65	67	28	100	90
14	68	67	28	100	90
15	65	72	28	100	90
16	68	72	28	100	90
17	65	67	26	80	95
18	68	67	26	80	95
19	65	72	26	80	95
20	68	72	26	80	95
21	65	67	28	80	95
22	68	67	28	80	95
23	65	72	28	80	95
24	68	72	28	80	95
25	65	67	26	100	95
26	68	67	26	100	95
27	65	72	26	100	95
28	68	72	26	100	95
29	65	67	28	100	95
30	68	67	28	100	95
31	65	72	28	100	95
32	68	72	28	100	95

La matriz de la **TABLA 7** da el punto de partida para el análisis experimental. Ya con esto se pone en marcha la investigación cumpliendo los siguientes pasos:

- Entrega de matriz de experimentos a técnicos y operadores con el fin de acoplar los valores de la matriz al proceso con las diferentes combinaciones de experimentos que se proponen.
- Tomar muestras de cemento proveniente del molino de acabado<sup>13</sup>
- Realizar análisis pertinentes en laboratorio de control de calidad
- Registrar datos obtenidos para darles el tratamiento estadístico adecuado

Finalmente si la proyección de los experimentos es efectuada de forma no adecuada, la información obtenida no será suficiente para alcanzar el objetivo, o en términos matemáticos, los coeficientes de regresión del modelo tendrán una incertidumbre grande, lo que no permitirá que el modelo sea útil, ni permita encontrar buenas respuestas. Es importante mencionar que además de los procedimientos estándares que se realicen es de mayor valor la manera en la que el experimentador procede a efectuarla, con esto se logrará reducir el error experimental y obtener la máxima repetibilidad y reproducibilidad.

#### **4.2 Pruebas realizadas**

Hay que notar que en estos experimentos se añadieron 10 puntos centrales (representados con el valor de cero en la *TABLA 8*) que son el resultado del valor promedio entre los rangos de dominio. La adición de los puntos centrales al conjunto de datos ayuda a tener la seguridad de que el experimento no presentará mayor variación y que la variabilidad de operación al momento de realizar las pruebas disminuirá el error característico generado por la persona que los realiza. Los valores de los puntos centrales son obtenidos a partir del promedio de dominio experimental y se los representa con el número cero.

---

<sup>13</sup> El muestreo a realizar será un aleatorio simple en períodos de tiempo de 1 hr .La cantidad de muestra a tomar será de a 5 Kg.

#### 4.2.1 Superficie específica (blaine) <sup>14</sup>

Blaine es la suma de las superficies de todas las partículas de un gramo de muestra tomado. Para esta prueba se parte de la consideración de que la velocidad de paso del aire a través de una capa con determinada porosidad de dicho material, es función del número y del tamaño de las partículas del material y, por tanto, de su superficie específica. La prueba se la realiza con el aparato de Blaine que tiene un disco perforado, embolo y un manómetro. Luego de la experimentación se puede observar los siguientes resultados expresados en  $\text{cm}^2/\text{gr}$  de la TABLA 8:

TABLA 8. Resultados de experimentación para Blaine. Fuente: El autor

# Exp	X1	X2	X3	X4	X5	Y1( $\text{cm}^2/\text{g}$ )
9	65	67	26	100	90	3969
14	68	67	28	100	90	4169
0	67	70	27	90	93	4014
24	68	72	28	80	95	3846
17	65	67	26	80	95	3890
15	65	72	28	100	90	4198
11	65	72	26	100	90	4221
0	67	70	27	90	93	3991
19	65	72	26	80	95	3939
26	68	67	26	100	95	4123
29	65	67	28	100	95	4491
21	65	67	28	80	95	3796
0	67	70	27	90	93	3968
12	68	72	26	100	90	4017
8	68	72	28	80	90	3840
1	65	67	26	80	90	4135
13	65	67	28	100	90	4065
0	67	70	27	90	93	3945
23	65	72	28	80	95	4106
25	65	67	26	100	95	4088
0	67	70	27	90	93	3922
3	65	72	26	80	90	3963
18	68	67	26	80	95	3865
0	66,5	70	27	90	93	3991
2	68	67	26	80	90	3939
16	68	72	28	100	90	4011
5	65	67	28	80	90	3896
20	68	72	26	80	95	4059
0	66,5	70	27	90	93	3922
6	68	67	28	80	90	4088
22	68	67	28	80	95	4059
10	68	67	26	100	90	4198
30	68	67	28	100	95	3933
0	67	70	27	90	93	3945
7	65	72	28	80	90	3914
27	65	72	26	100	95	4123
31	65	72	28	100	95	4053
32	68	72	28	100	95	4041
0	66,5	70	27	90	93	3991
28	68	72	26	100	95	3945
4	68	72	26	80	90	4288
0	68	70	27	90	93	3945

<sup>14</sup> Para mayor información revisar norma NTE INEN 0196 :2009 en anexos

#### 4.2.2 Porcentaje de retenido en tamiz de 45 micras<sup>15</sup>

En esta técnica se realiza la determinación del nivel granulométrico de un material determinado mediante la utilización de una malla de abertura determinada y especificada según norma. En este procedimiento se pesa 1 g de muestra obtenida para luego mediante un chorro continuo de agua provocar que las partículas se queden retenidas en la malla. Luego este material se seca y se lo vuelve a pesar para contabilizar la cantidad de material retenido. Luego de la experimentación se puede observar los siguientes resultados expresados en % de la TABLA 9:

TABLA 9. Resultados de experimentación para Retenido. Fuente: El autor

# Exp	X1	X2	X3	X4	X5	Y2(%)
9	65	67	26	100	90	4,66
14	68	67	28	100	90	6,55
0	67	70	27	90	93	3,8
24	68	72	28	80	95	4,28
17	65	67	26	80	95	6.1
15	65	72	28	100	90	2,58
11	65	72	26	100	90	2,49
0	67	70	27	90	93	4,2
19	65	72	26	80	95	3,32
26	68	67	26	100	95	3,75
29	65	67	28	100	95	3,7
21	65	67	28	80	95	7,7
0	67	70	27	90	93	3,85
12	68	72	26	100	90	2,7
8	68	72	28	80	90	4,67
1	65	67	26	80	90	4,71
13	65	67	28	100	90	3,3
0	67	70	27	90	93	3,77
23	65	72	28	80	95	2,43
25	65	67	26	100	95	4,18
0	67	70	27	90	93	3,92
3	65	72	26	80	90	3,67
18	68	67	26	80	95	5,4
0	66,5	70	27	90	93	4,22
2	68	67	26	80	90	3,6
16	68	72	28	100	90	3,43
5	65	67	28	80	90	6,5
20	68	72	26	80	95	4
0	66,5	70	27	90	93	4,15
6	68	67	28	80	90	4,93
22	68	67	28	80	95	6,58
10	68	67	26	100	90	3,6
30	68	67	28	100	95	5,68
0	67	70	27	90	93	4,05
7	65	72	28	80	90	2,63
27	65	72	26	100	95	2,81
31	65	72	28	100	95	3,13
32	68	72	28	100	95	5,71
0	66,5	70	27	90	93	3,7
28	68	72	26	100	95	2,74
4	68	72	26	80	90	1,73
0	68	70	27	90	93	4

<sup>15</sup> Referenciado en la NTE INEN 2652:2012 en anexos



#### **4.2.3 Resistencia a la compresión 3 días<sup>16</sup> y 7 días<sup>17</sup>**

Es aplicar una carga de compresión a un cubo fabricado de mortero de cemento, hasta determinar su resistencia máxima a la carga generada. Se procede a pesar cemento y la arena de silicio normalizada. Generalmente se fabrican en grupos de nueve cubos, por lo que se procede a pesar 740 g de cemento y 2035 g de arena. La cantidad de agua se encuentra alrededor de 100 y 115 ml, donde para los mismos 9 cubos se utilizarán 250 cm<sup>3</sup> de agua. Para preparar el mortero se coloca la cantidad de agua mencionada anteriormente y se agrega el cemento con un período de mezcla de 30 segundos a velocidad lenta, mientras se adiciona la arena de silicio hasta que la mezcladora cambie de velocidad durante 60 segundos más. Luego se procede al llenado de los moldes colocando alrededor de 25 mm de espesor en cada cubo del molde proporcionándole cerca de 32 golpes para evitar la existencia de cámaras de aire, para volverlo a llenar de más mortero. Los cubos ya armados se los lleva a la cámara húmeda en donde permanecerán 24 horas expuestas a aire húmedo. Ya pasadas las 24 horas se procede a la rotura en los días 3 y 7 ya especificados por la técnica de compresión.

##### **CALCULOS:**

Los datos antes de ser contabilizados en la tabla general que servirá como indicador de variable de respuesta deben ser interpretados según la siguiente formula:

La carga máxima soportada (MPa) se divide para el área del cubo (25cm<sup>2</sup>) y como la medida resultante es expresada en kgf/cm<sup>2</sup>, el valor obtenido se lo divide para 10.2 obteniendo el valor de la fuerza en MPa.

$$F = \frac{\frac{CM}{A}}{10,2}$$

(4.2.3.1)

---

<sup>16</sup> Este procedimiento está descrito en el documento NTE INEN 488:09 en anexos

<sup>17</sup> Este procedimiento está descrito en el documento NTE INEN 488:09 en anexos

Dónde:

CM: carga máxima soportada en kgf

A: área del cubo en cm<sup>2</sup>

A continuación se muestran los valores obtenidos para el ensayo de resistencia a la compresión en MPa realizado a los 3 días de maduración de los bloques de cemento:

*TABLA 10. Resultados de experimentación para Resistencia 3 días. Fuente:*

*El autor*

# Exp	X1	X2	X3	X4	X5	Y3(Mpa)
9	65	67	26	100	90	16
14	68	67	28	100	90	16,22
0	67	70	27	90	93	15,04
24	68	72	28	80	95	19,21
17	65	67	26	80	95	15,38
15	65	72	28	100	90	17,25
11	65	72	26	100	90	18,1
0	67	70	27	90	93	15
19	65	72	26	80	95	16,5
26	68	67	26	100	95	17,45
29	65	67	28	100	95	18,14
21	65	67	28	80	95	14,11
0	67	70	27	90	93	15,15
12	68	72	26	100	90	15,58
8	68	72	28	80	90	14,84
1	65	67	26	80	90	15,83
13	65	67	28	100	90	15,41
0	67	70	27	90	93	15,83
23	65	72	28	80	95	15,29
25	65	67	26	100	95	16,1
0	67	70	27	90	93	15,63
3	65	72	26	80	90	18,48
18	68	67	26	80	95	16,4
0	66,5	70	27	90	93	14,5
2	68	67	26	80	90	16,31
16	68	72	28	100	90	15,9
5	65	67	28	80	90	15,15
20	68	72	26	80	95	17,9
0	66,5	70	27	90	93	14,78
6	68	67	28	80	90	15,92
22	68	67	28	80	95	16,37
10	68	67	26	100	90	17,15
30	68	67	28	100	95	14,64
0	67	70	27	90	93	15,62
7	65	72	28	80	90	17,56
27	65	72	26	100	95	17,12
31	65	72	28	100	95	16,26
32	68	72	28	100	95	13,9
0	66,5	70	27	90	93	15,47
28	68	72	26	100	95	16,7
4	68	72	26	80	90	17,45
0	68	70	27	90	93	15,23

**TABLA 11. Resultados de experimentación para Resistencia 7 días. Fuente:**  
*El autor*

# Exp	X1	X2	X3	X4	X5	Y4(Mpa)
9	65	67	26	100	90	22,66
14	68	67	28	100	90	20,77
0	67	70	27	90	93	21,22
24	68	72	28	80	95	25,35
17	65	67	26	80	95	20,45
15	65	72	28	100	90	22,14
11	65	72	26	100	90	25,1
0	67	70	27	90	93	22,3
19	65	72	26	80	95	23,71
26	68	67	26	100	95	19,5
29	65	67	28	100	95	22,94
21	65	67	28	80	95	19,93
0	67	70	27	90	93	21,25
12	68	72	26	100	90	23,62
8	68	72	28	80	90	19
1	65	67	26	80	90	20,73
13	65	67	28	100	90	21,22
0	67	70	27	90	93	22,18
23	65	72	28	80	95	23,24
25	65	67	26	100	95	21,33
0	67	70	27	90	93	21,98
3	65	72	26	80	90	25,1
18	68	67	26	80	95	20,81
0	66,5	70	27	90	93	21,42
2	68	67	26	80	90	20,78
16	68	72	28	100	90	22,8
5	65	67	28	80	90	18,86
20	68	72	26	80	95	22,81
0	66,5	70	27	90	93	22,37
6	68	67	28	80	90	20,11
22	68	67	28	80	95	22,14
10	68	67	26	100	90	22,8
30	68	67	28	100	95	21,38
0	67	70	27	90	93	22
7	65	72	28	80	90	23
27	65	72	26	100	95	23,58
31	65	72	28	100	95	23,38
32	68	72	28	100	95	20,53
0	66,5	70	27	90	93	22,69
28	68	72	26	100	95	21,68
4	68	72	26	80	90	24,33
0	68	70	27	90	93	22,13

La propiedad de resistencia es aquella en la cual se enfoca todo el interés de técnicos, ingenieros, personas identificadas con la construcción ya que de esto depende el objetivo final que debe tener el cemento es decir sea resistente, confiable y perdurable a lo largo del tiempo. “La resistencia a la

compresión es cuando se tienen esfuerzos distribuidos uniformemente sobre una sección transversal y sus cargas están actuando en direcciones opuestas”<sup>18</sup>.

### **4.3 Interpretación de resultados**

En esta sección se realiza el análisis pertinente de cada variable en estudio. Para dar mayor certeza de respuesta y toma de decisiones se procedió a organizar variables en tres análisis que se los consideró cualitativo, semi cualitativo y cuantitativo.

#### **4.3.1 Diagrama de Pareto**

Es una gráfica que tiene por objeto organizar datos de forma que estos queden en orden ascendente, de izquierda a derecha y separados por barras. Permite asignar un orden de prioridades. El diagrama permite mostrar gráficamente variables pocos vitales y muchos triviales, es decir, que hay muchos problemas sin importancia frente a unos pocos muy importantes. Mediante la gráfica se ponen los "pocos que son vitales" a la izquierda y los "muchos triviales" a la derecha. Hay que tener en cuenta que tanto la distribución de los efectos como sus posibles causas no es un proceso lineal sino que el 20% de las causas totales hace que sean originados el 80% de los efectos. “Un aspecto interesante de Pareto radica en el hecho de que permite comparar dos representaciones del mismo fenómeno en tiempos diferentes y por consiguiente poner de relieve los resultados de las mejoras de medida adoptadas.”<sup>19</sup>

Para el diagrama de Pareto se graficarán los efectos que son los coeficientes de modelo multiplicados por dos de la siguiente manera:

$$Efecto = Coeficiente * 2 \quad (4.3.1)$$

---

<sup>18</sup> GERE, James. Mecánica de materiales. Thompson Learning Editores S.A, México , 2002, pág 4

<sup>19</sup> GALGANO, Alberto. 7 instrumentos de la Calidad Total. Díaz de Santos S.A, Madrid , 1995, pg 125

#### **4.3.2 Half Normal Plot**

Half Normal Plot responde a la pregunta: *¿Cuáles son los factores más importantes en mi modelo?* .Este método se lo puede denominar semicuantitativo debido a que se pueden representar los coeficientes de modelo obtenidos de la regresión lineal y elaborar una lista ordenada para poder graficarla en función de la probabilidad de cada una de las variables a utilizar. El Half Normal Plot es una herramienta gráfica que utiliza los efectos estimados ordenados para ayudar a evaluar los factores que son importantes y que no son importantes. En lo concerniente a interpretación a partir de la probabilidad normal se buscará la identificación de factores importantes mediante la determinación del subconjunto de los factores importantes. La decisión de aceptar o rechazar una variable principal o sus interacciones se toma mediante el trazo de una recta en el lugar donde exista mayor concentración de coeficientes con el fin de ajustar dichos modelos a la recta propuesta y los puntos que se encuentren fuera de ella en el gráfico de dispersión serán las variables a rechazar con las cuales se elaborará el modelo matemático. Para realizar la gráfica se emplea la probabilidad que en el caso de investigación se lo asume como el número de posibilidades de que un evento ocurra o no en un momento determinado. La probabilidad se indica en la siguiente fórmula:

$$P = \frac{(i - 0,5)}{n}$$

(4.3.2)

Dónde:

$i$  = número de posición correspondiente al orden del coeficiente de regresión

$n$  = número de experimentos

### **4.3.3 Análisis t de Student**

El análisis t de Student en esta investigación se lo ha utilizado como el método cuantitativo y veraz para la aprobación o rechazo de los coeficientes de regresión. Esta prueba se aplica cuando la población estudiada sigue una distribución normal pero el tamaño muestral es demasiado pequeño como para que el estadístico en el que está basada la inferencia esté normalmente distribuido, utilizándose una estimación de la desviación típica en lugar del valor real. Es utilizado en análisis discriminante que se lo realiza mediante una hipótesis ya sea para aceptar o rechazar el coeficiente de regresión obtenido en MATLAB.

“La diferencia entre una distribución normal y la t de Student radica en que la segunda es más achatada en el centro y sus colas son más largas, es por eso que la prueba t de Student da menor probabilidad que la normal de que t asuma valores centrales, y mayor probabilidad de que t asuma valores en las colas de la distribución”.<sup>20</sup>

Para la aplicación de esta prueba se deberá utilizar la ecuación 3.14.5.1 que trata sobre los estimadores de modelo y se deberá cumplir con la hipótesis para que sea consistente con los datos obtenidos en la muestra así:

$$|t_0| > t_{(\alpha/2; n-k-1)} \quad (4.3.3)$$

Luego de establecer la hipótesis (4.3.3) se procede a definir un nivel de significancia de 0.05, lo cual implica que la investigación tendrá el 95% de confiabilidad para generalizar sin equivocarse.

*TABLA 12. Distribución t. Fuente: Análisis y Diseño de Experimentos, Gutiérrez Pulido*

---

<sup>20</sup> BARRIENTOS, Arturo. Introducción a la Estadística Inferencial. Editorial EUNED. Costa Rica, 2006, pag 100

Distribución t: Valores críticos t					
Grados de libertad	Área en una cola				
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10
Grados de libertad	Área en dos colas				
	0.01	0.02	0.05	0.10	0.20
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440
7	3.499	2.998	2.365	1.895	1.415
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363
12	3.055	2.681	2.179	1.782	1.356
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350
14	2.977	2.624	2.145	1.761	1.345
15	2.947	2.602	2.131	1.753	1.341
16	2.921	2.583	2.120	1.746	1.337
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330
19	2.861	2.539	2.093	1.729	1.328
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.319
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311
30	2.750	2.457	2.042	1.697	1.310
31	2.744	2.453	2.040	1.696	1.309
32	2.738	2.449	2.037	1.694	1.309
34	2.728	2.441	2.032	1.691	1.307
36	2.719	2.434	2.028	1.688	1.306

Debido a que se realizaron pruebas  $t$  para las variables principales más puntos centrales y otra para las variables principales más interacciones más puntos centrales se obtuvieron las siguientes gráficas:

En la FIG 26 se presenta el estudio para las cinco variables principales y diez puntos centrales.



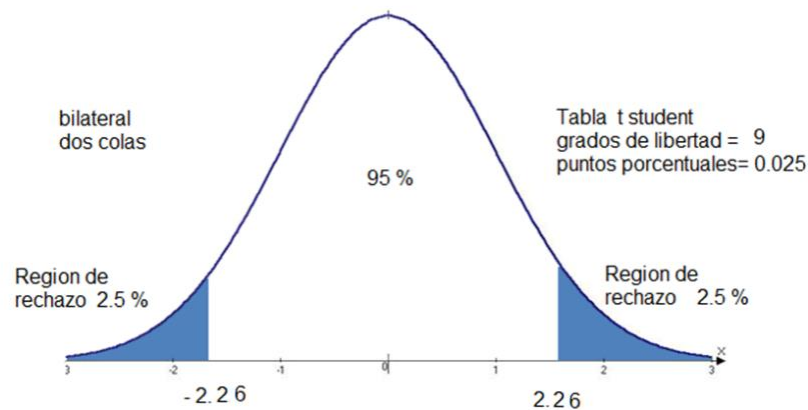


FIG 26. Nivel de significancia para 9 grados de libertad. Fuente: El autor

El valor calculado de  $t$  para la hipótesis se la realiza de la siguiente manera:

$$t_{(\alpha/2; n-k-1)} \quad (4.3.3.1)$$

De 4.3.3.1 se calcula los grados de libertad del conjunto de datos a analizar y se obtiene:

$$t_{(0,05/2; (10+5)-5-1)} \quad (4.3.3.2)$$

Por tanto se tienen 10 puntos centrales más 5 variables principales menos 5 factores ( $k$ )

$$t_{(0,025; 9)} \quad (4.3.3.3)$$

Quedando para un nivel de 0,025 se obtiene un grado de libertad de 9, con lo que se acude a la TABLA 12:

$$t = 2,262$$

Por tanto la hipótesis quedaría expresada de la siguiente manera:

$$|t_0| > 2,262 \quad (4.3.3.4)$$

En la FIG 27 se presenta el estudio para variables principales, interacciones y puntos centrales.

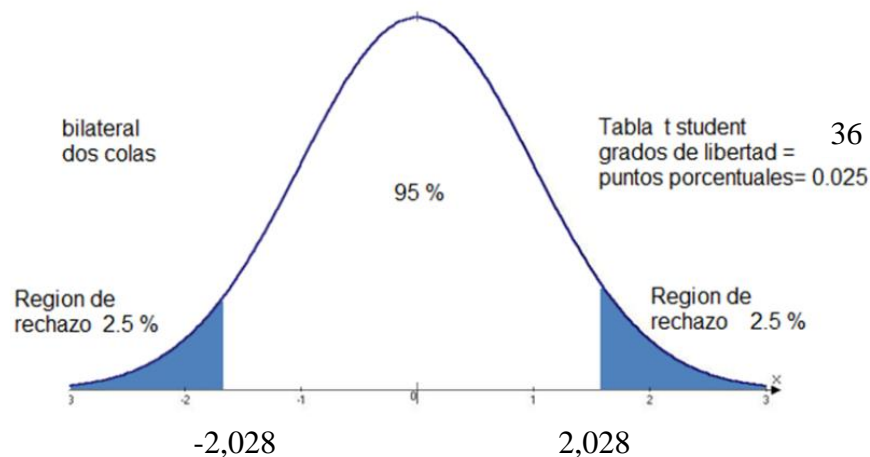


FIG 27. Nivel de significancia para 36 grados de libertad. Fuente: El autor

El valor calculado de  $t$  para la hipótesis se la realiza de la misma manera que en la prueba  $t$  anterior, la diferencia es el aumento de los grados de libertad según la formula (4.3.3.1). De este modo se calcula los grados de libertad del conjunto de datos a analizar y se obtiene:

$$t_{(0,05/2;(5+27+10)-5-1)} \quad (4.3.5)$$

Por tanto se tienen 5 variables principales más 27 interacciones más 10 puntos centrales menos 5 factores ( $k$ )

$$t_{(0,025;36)} \quad (4.3.6)$$

Quedando para un nivel de 0,025 se obtiene un grado de libertad de 36, con lo que se acude a la TABLA 12 y se obtiene el valor de  $t$  para la prueba de hipótesis:

$$t = 2,028$$

Por tanto la hipótesis quedaría expresada de la siguiente manera:

$$|t_0| > 2,028 \quad (4.3.7)$$

#### **4.3.4 Prueba de Fisher**

Con el fin de asegurar que nuestro modelo matemático no presenta curvatura (modelo cuadrático) se aplica la fórmula 3.14.6.1 con el fin de encontrar la suma de cuadrados de curvatura pura (SCCP).

Mediante esta prueba se puede plantear la hipótesis donde

$$H_0: \sum_{j=1}^k \beta_{jj} = 0$$

$$H_0: \sum_{j=1}^k \beta_{jj} \neq 0$$

Además se debe relacionar con el cuadrado medio del error (CME) presentado en la fórmula 3.14.6.2. Para cada experimento se realizará el análisis de la prueba de Fisher usando el estadístico  $F_0$  según la fórmula 3.14.6.3 para comprobar la hipótesis:

$$F_0 > F(\alpha, dfn, dfd)$$

De donde:

$$\alpha = 0,05$$

$$dfn = 1$$

$$dfd = n - k - 1 = 36$$

Por tanto:

$$F_0 > F(0,05; 1; 36) \quad (4.3.4.1)$$

De la *TABLA 13* se obtiene el valor de  $F$ :

$$F = 4,116$$

Por tanto la hipótesis quedaría expresada de la siguiente manera:

$$|F_0| > 4,116 \quad (4.3.4.2)$$

*TABLA 13. Distribución F. Fuente: Análisis y Diseño de Experimentos, Gutiérrez Pulido*

Table 10. Critical Values For The  $F$  Distribution

This table contains critical values  $F_{\alpha, \nu_1, \nu_2}$  for the  $F$  distribution defined by  $P(F \geq F_{\alpha, \nu_1, \nu_2}) = \alpha$ .

$\alpha = .05$

$\nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40	60	120	$\infty$
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.95	245.01	246.10	247.14	248.20	249.25	250.25
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.66	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.80	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.56	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.87	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.44	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.15	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.94	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85	2.77	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72	2.65	2.57	2.53	2.49	2.45	2.41
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62	2.54	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.53	2.46	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46	2.39	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.33	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35	2.28	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.31	2.23	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27	2.19	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.23	2.16	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20	2.12	2.04	1.99	1.95	1.90	1.85
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.18	2.10	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.15	2.07	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.13	2.05	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.11	2.03	1.94	1.89	1.84	1.79	1.74
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.09	2.01	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01	1.93	1.84	1.79	1.74	1.68	1.63
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	1.92	1.84	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.87	1.78	1.69	1.63	1.58	1.51	1.44
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84	1.75	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.75	1.66	1.55	1.50	1.43	1.35	1.26
$\infty$	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.01	1.94	1.88	1.84	1.67	1.58	1.46	1.40	1.32	1.23	1.00

#### 4.4 Resultados

Inicialmente se realizará una prueba con las cinco variables principales para tener una idea general de su comportamiento. Luego se aplicará un análisis experimental para trabajar con las treinta y dos variables (cinco variables principales con sus interacciones ya sean dobles, triples, cuádruples o quintuples) de igual manera que se lo hizo en el primer tratamiento. Se ejecutarán los análisis ya explicados en el *capítulo 3*, para lo cual se seguirá el siguiente orden:

- 1.- Se iniciará con el tratamiento matricial de las variables de entrada  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots, X_{32}$  y variables de salida  $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4$  mediante el uso del programa MATLAB.
- 2.- Se obtienen los valores de regresión en los que se encuentran comprendidos los coeficientes de cada experimento realizado.

- 3.- Se ordenan los coeficientes y se los multiplica por dos con el fin de realizar el gráfico de Pareto explicado en el apartado 4.3.1.
- 4.- Se realiza el Half Normal Plot con los coeficientes de regresión y los valores de la probabilidad explicados en el apartado 4.3.2.
- 5.- Se ejecuta la prueba t de Student con los valores de los puntos centrales de cada variable de salida según como se indica en los apartado 4.3.3.
- 6.- Se formula el modelo matemático con los valores rechazados de la prueba t d Student.
- 7.- Se calculan la variabilidad del modelo mediante los estadísticos  $R^2$  y  $Radj^2$  que se explican en el apartado 3.14.4
- 8.- Se hace una prueba de curvatura al modelo tener certeza si es un modelo de primer o de segundo orden según se explica en el apartado 3.14.6
- 9.- Discusión de modelo matemático obtenido

#### 4.4.1 Resultados de Blaine para 5 variables principales sin interacciones

TABLA 4.4.1. Resultado variable de salida Y1 (blaine) con 5 variables principales. Fuente: El autor

# Exp	MAT MOD	X1	X2	X3	X4	X5	Y1 (cm2/g)
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	4135
2	1	1	-1	-1	-1	-1	3939
3	1	-1	1	-1	-1	-1	3963
4	1	1	1	-1	-1	-1	4288
5	1	-1	-1	1	-1	-1	3896
6	1	1	-1	1	-1	-1	4088
7	1	-1	1	1	-1	-1	3914
8	1	1	1	1	-1	-1	3840
9	1	-1	-1	-1	1	-1	3969
10	1	1	-1	-1	1	-1	4198
11	1	-1	1	-1	1	-1	4221
12	1	1	1	-1	1	-1	4017
13	1	-1	-1	1	1	-1	4065
14	1	1	-1	1	1	-1	4169
15	1	-1	1	1	1	-1	4198
16	1	1	1	1	1	-1	4011
17	1	-1	-1	-1	-1	1	3890
18	1	1	-1	-1	-1	1	3865
19	1	-1	1	-1	-1	1	3939
20	1	1	1	-1	-1	1	4059
21	1	-1	-1	1	-1	1	3796
22	1	1	-1	1	-1	1	4059
23	1	-1	1	1	-1	1	4106
24	1	1	1	1	-1	1	3846
25	1	-1	-1	-1	1	1	4088
26	1	1	-1	-1	1	1	4123
27	1	-1	1	-1	1	1	4123
28	1	1	1	-1	1	1	3945
29	1	-1	-1	1	1	1	4491
30	1	1	-1	1	1	1	3933
31	1	-1	1	1	1	1	4053
32	1	1	1	1	1	1	4041
C	1	0	0	0	0	0	4014
C	1	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	3968
C	1	0	0	0	0	0	3945
C	1	0	0	0	0	0	3922
C	1	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	3922
C	1	0	0	0	0	0	3945
C	1	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	3945

## 1) Tratamiento matricial:

```
>> b=transpose(x)

b =

Columns 1 through 26

    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1    1
   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1   -1    1
   -1   -1    1    1   -1   -1    1    1   -1   -1    1    1   -1   -1    1    1   -1   -1    1    1   -1   -1    1    1
   -1   -1   -1   -1    1    1    1    1   -1   -1   -1   -1    1    1    1    1   -1   -1   -1   -1    1    1    1   -1
   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1    1    1    1    1    1    1    1    1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1    1
   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1   -1    1    1    1    1    1    1    1    1

Columns 27 through 32

    1    1    1    1    1    1
   -1    1   -1    1   -1    1
    1    1   -1   -1    1    1
   -1   -1    1    1    1    1
    1    1    1    1    1    1
    1    1    1    1    1    1
```

Estos valores corresponden a la matriz transpuesta de las variables iniciales  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ .

Según fórmula de MATLAB:

$b = \text{transpose}(x)$

Estos valores se encuentran en la TABLA 4.4.1

```
>> c=b*x

c =

    32     0     0     0     0     0
     0    32     0     0     0     0
     0     0    32     0     0     0
     0     0     0    32     0     0
     0     0     0     0    32     0
     0     0     0     0     0    32
```

Esta matriz corresponde a la operación matricial entre la matriz transpuesta y la matriz  $x$ .

Por MATLAB:

$c = \text{matriz transpuesta por matriz } X$

```
>> d=inv(c)

d =

    0.0313     0     0     0     0     0
     0    0.0313     0     0     0     0
     0     0    0.0313     0     0     0
     0     0     0    0.0313     0     0
     0     0     0     0    0.0313     0
     0     0     0     0     0    0.0313
```

Esta matriz es correspondiente a la matriz inversa. En su diagonal se presenta el valor de  $C_{jj}$ .

1.0e+03 *	
4,0396	INTERCEPTO
-0,0133	X1
-0,0044	X2
-0,008	X3
0,0632	X4
-0,0173	X5

En este cuadro se presentan el valor del intercepto y los coeficientes de modelo. NOTA: El programa MATLAB indica que los coeficientes se deben multiplicar por mil.

TABLA 4.4.1.1. Valores de coeficientes de modelo con valor absoluto, multiplicados por mil y ordenados de menor a mayor. Fuente: El autor.

<b>COEFICIENTE</b>
4,4 $\rightarrow X_2$
8 $\rightarrow X_3$
13,3 $\rightarrow X_1$
17,3 $\rightarrow X_5$
63,2 $\rightarrow X_4$

TABLA 4.4.1.2. Efectos de modelo. Fuente: El autor.

<b>PARETO</b>
<b>EFFECTOS</b>
8,8
16
26,6
34,6
126,4



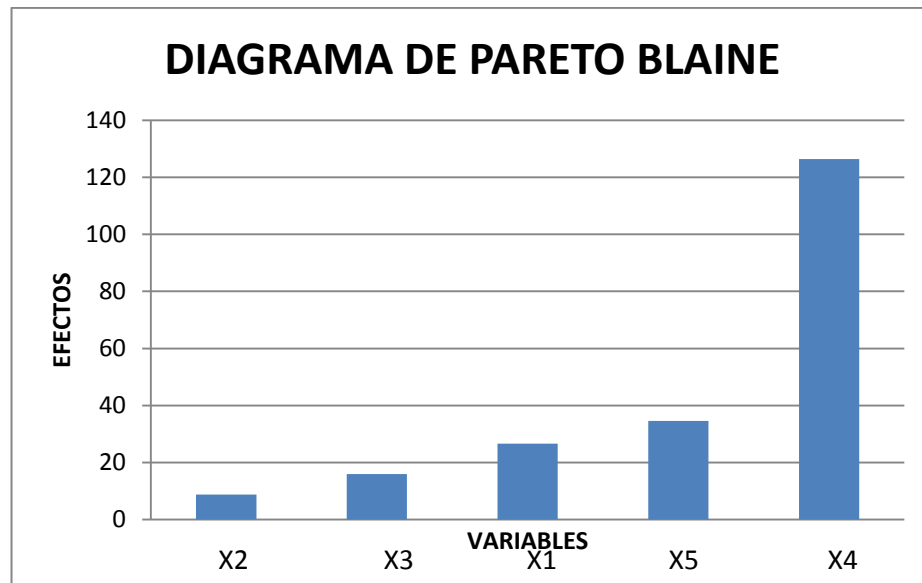


FIG 28. Diagrama de Pareto con variable de salida Y1 (Blaine). Fuente: El autor

Según el diagrama de la FIG 18 la variable con mayor importancia sobre el proceso es X4 que en la experimentación es la *apertura del dámper*.

TABLA 4.4.1.3. Half Normal Plot con los datos de coeficiente y probabilidad explicados en el apartado 4.3.2.

HNP	
COEFICIENTE	PROBABILIDAD
4,4	0,1
8	0,3
13,3	0,5
17,3	0,7
63,2	0,9

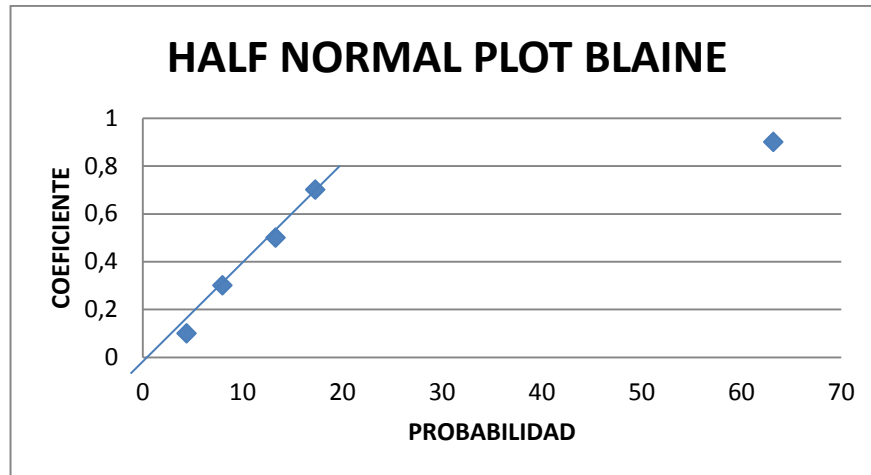


FIG 29. Half Normal Plot de salida Y1 (Blaine). Fuente: El autor

La afirmación anterior en la gráfica de Pareto se corrobora en HMF<sup>21</sup> donde se muestra con claridad un punto que se encuentra fuera de la línea de tendencia de puntos trazada por el experimentador. Por tanto aquí se asegura que la variable que se encuentra fuera del conjunto de puntos es *X4* que es la *apertura del dämper*.

Se realiza en análisis t de Student en el cual se toman los valores obtenidos de los puntos centrales de la variable de salida Y1 según el apartado 4.3.3

TABLA 4.4.1.4. Puntos centrales de variable Y1 (Blaine). Fuente: El autor

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
4014
3991
3968
3945
3922
3991
3922
3945
3991
3945

<sup>21</sup> Half Normal Plot

**TABLA 4.4.1.5. Valores obtenidos para operación de prueba t de Student**

<b>DESVESTA</b>	32,16347134
<b>CME</b>	1034,488889
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	32,37950222
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	<b>5,690298957</b>

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.

**TABLA 4.4.1.6. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>T DE STUDENT</b>		
<b>COEFICIENTES</b>	<b>t0</b>	<b>DECISIÓN</b>
4,4	0,773245841	ACEPTO
8	1,405901528	ACEPTO
13,3	2,337311291	RECHAZO
17,3	3,040262055	RECHAZO
63,2	11,10662207	RECHAZO

Según la tabla 4.4.1.6 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

$X_1$  = Alimentación al molino

$X_4$  = Apertura de dámper

$X_5$  = Variador de velocidad

Por tanto el modelo matemático queda expresado así:

$$Y1 = \beta_0 - \beta_1 X_1 + \beta_4 X_4 - \beta_5 X_5 \quad (4.13)$$

$$Y1 = 4039,6 - 13,3 X_1 + 63,2 X_4 - 17,3 X_5 \quad (4.14)$$

#### 4.4.2 Resultados de Retenido para 5 variables principales sin interacciones

TABLA 4.4.2. Resultado variable de salida Y2 (Retenido) con 5 variables principales. Fuente: El autor

# Exp	MAT MOD	X1	X2	X3	X4	X5	Y2 (%)
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	4,71
2	1	1	-1	-1	-1	-1	3,6
3	1	-1	1	-1	-1	-1	3,67
4	1	1	1	-1	-1	-1	1,73
5	1	-1	-1	1	-1	-1	6,5
6	1	1	-1	1	-1	-1	4,93
7	1	-1	1	1	-1	-1	2,63
8	1	1	1	1	-1	-1	4,67
9	1	-1	-1	-1	1	-1	4,66
10	1	1	-1	-1	1	-1	3,6
11	1	-1	1	-1	1	-1	2,49
12	1	1	1	-1	1	-1	2,7
13	1	-1	-1	1	1	-1	3,3
14	1	1	-1	1	1	-1	6,55
15	1	-1	1	1	1	-1	2,58
16	1	1	1	1	1	-1	3,43
17	1	-1	-1	-1	-1	1	6,1
18	1	1	-1	-1	-1	1	5,4
19	1	-1	1	-1	-1	1	3,32
20	1	1	1	-1	-1	1	4
21	1	-1	-1	1	-1	1	7,7
22	1	1	-1	1	-1	1	6,58
23	1	-1	1	1	-1	1	2,43
24	1	1	1	1	-1	1	4,28
25	1	-1	-1	-1	1	1	4,18
26	1	1	-1	-1	1	1	3,75
27	1	-1	1	-1	1	1	2,81
28	1	1	1	-1	1	1	2,74
29	1	-1	-1	1	1	1	3,7
30	1	1	-1	1	1	1	5,68
31	1	-1	1	1	1	1	3,13
32	1	1	1	1	1	1	5,71

## 1) Tratamiento matricial:

```
>> b=transpose(x)
```

b =

Columns 1 through 26

```
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
-1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1 -1 1
-1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1 -1 -1 1 1
-1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1
-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1
-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 1 1 1 1 1 1 1 1
```

Columns 27 through 32

```
1 1 1 1 1 1
-1 1 -1 1 -1 1
1 1 -1 -1 1 1
-1 -1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
```

Estos valores corresponden a la matriz transpuesta de las variables iniciales X1, X2, X3, X4, X5. Según fórmula de MATLAB:

$b = \text{transpose}(x)$

Estos valores se encuentran en la TABLA 4.4.2.

```
>> c=b*x
```

c =

```
32 0 0 0 0 0
0 32 0 0 0 0
0 0 32 0 0 0
0 0 0 32 0 0
0 0 0 0 32 0
0 0 0 0 0 32
```

Esta matriz corresponde a la operación matricial entre la matriz transpuesta y la matriz x. Por MATLAB:

$c = \text{matriz transpuesta por matriz } X$

```
>> d=inv(c)
```

d =

```
0.0313 0 0 0 0 0
0 0.0313 0 0 0 0
0 0 0.0313 0 0 0
0 0 0 0.0313 0 0
0 0 0 0 0.0313 0
0 0 0 0 0 0.0313
```

Esta matriz es correspondiente a la matriz inversa. En su diagonal se presenta el valor de **C<sub>jj</sub>**

4,1644	INTERCEPTO
0,17	X1
-0,8944	X2
0,4481	X3
-0,3512	X4
0,305	X5

En este cuadro se presentan el valor del intercepto y los coeficientes de modelo.

TABLA 4.4.2.1. Coeficientes de modelo multiplicados por 2. Fuente: El autor.

COEFICIENTE
0,17→ X1
0,305→ X5
0,3512→X4
0,4481→X3
0,8944→X2

TABLA 4.4.2.2.Efectos de modelo .Fuente: El autor.

PARETO
EFFECTOS
0,34
0,61
0,7024
0,8962
1,7888

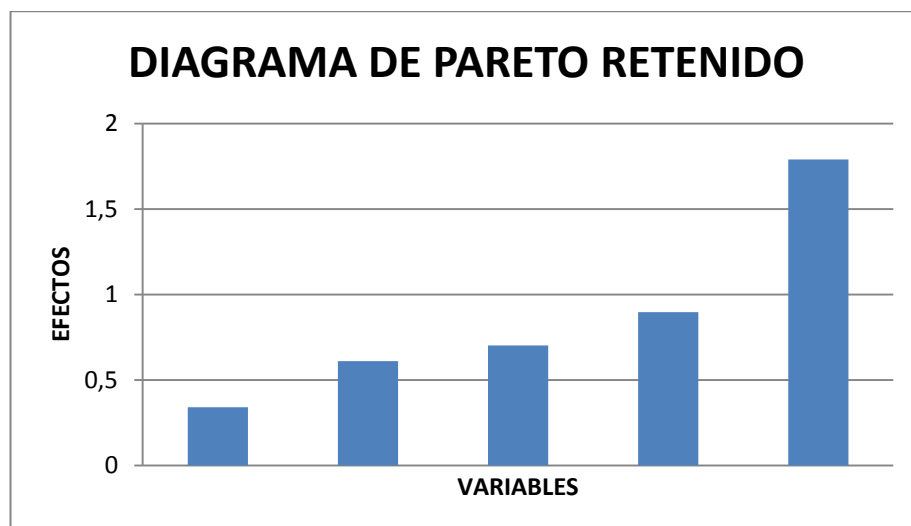
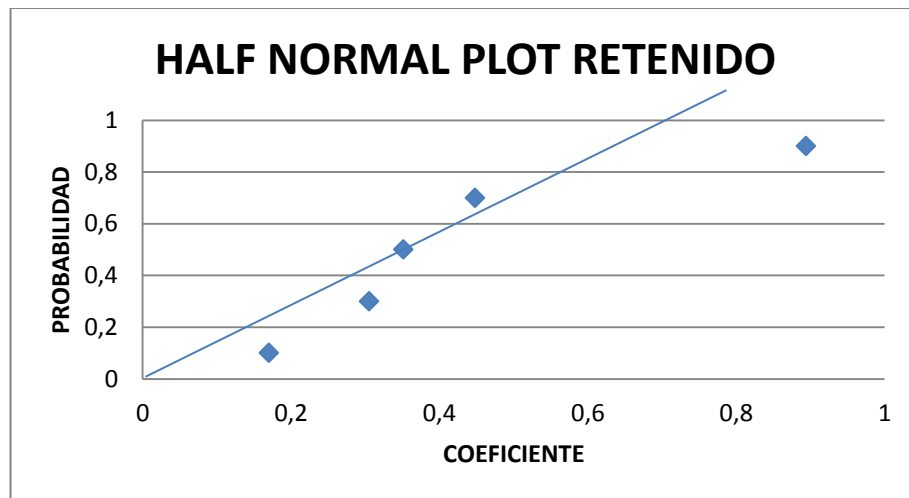


FIG 30. Diagrama de Pareto con variable de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor

Según el diagrama de la FIG 20, tomando en cuenta el ordenamiento según como se explica en la teoría del gráfico de Pareto se agrupan a la izquierda los valores sin importancia y a la derecha los más importantes del análisis, es por ello que en el proceso la variable con mayor importancia sobre el proceso es  $X_2$  que en la experimentación es la velocidad del separador de aire.

*TABLA 4.4.2.3. Half Normal Plot con los datos de coeficiente y probabilidad explicados en el apartado 4.3.2*

<b>HNP</b>	
COEFICIENTE	PROBABILIDAD
0,17	0,1
0,305	0,3
0,3512	0,5
0,4481	0,7
0,8944	0,9



*FIG 31. Half Normal Plot de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor*

La afirmación anterior en la gráfica de Pareto se corrobora en la gráfica de la FIG 31 donde se muestra que la variable que se encuentra fuera del conjunto de puntos es  $X_2$  que es la velocidad del separador de aire.

Se realiza en análisis t de Student en el cual se toman los valores obtenidos de los puntos centrales de la variable de salida Y2 y se los procesa según el apartado 4.3.3.

*TABLA 4.4.2.4. Puntos centrales de variable Y2 (Retenido). Fuente: El autor*

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
3,8
4,2
3,85
3,77
3,92
4,22
4,15
4,05
3,7
4

*TABLA 4.4.2.5. Valores obtenidos para operación de prueba t de Student*

<b>DESVESTA</b>	0,186678571
<b>CME</b>	0,034848889
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	0,00109077
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	0,033026811

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.



**TABLA 4.4.2.6. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,17	5,14733323	RECHAZO
0,305	9,23492138	RECHAZO
0,3512	10,6337849	RECHAZO
0,4481	13,5677648	RECHAZO
0,8944	27,0810285	RECHAZO

Según la tabla 4.4.2.6 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

- $X_1$  = Alimentación al molino
- $X_2$  = Velocidad de separador de aire
- $X_3$  = Dosificador de puzolana
- $X_4$  = Apertura de dámper
- $X_5$  = Variador de velocidad

Por tanto el modelo matemático queda expresado así:

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 \quad (4.15)$$

$$Y_2 = 4,1644 + 0,17X_1 - 0,8944X_2 + 0,4481 X_3 - 0,3512X_4 + 0,305 X_5 \quad (4.16)$$

#### 4.4.3 Resultados de Resistencia a la compresión en 3 días para 5 variables principales sin interacciones

TABLA 4.4.3. Resultado variable de salida Y3 (Resistencia compresión 3días) con 5 variables principales. Fuente: El autor

# Exp	MAT MOD	X1	X2	X3	X4	X5	Y3(MPa)
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	15,83
2	1	1	-1	-1	-1	-1	16,31
3	1	-1	1	-1	-1	-1	18,48
4	1	1	1	-1	-1	-1	17,45
5	1	-1	-1	1	-1	-1	15,15
6	1	1	-1	1	-1	-1	15,92
7	1	-1	1	1	-1	-1	17,56
8	1	1	1	1	-1	-1	14,84
9	1	-1	-1	-1	1	-1	16
10	1	1	-1	-1	1	-1	17,15
11	1	-1	1	-1	1	-1	18,1
12	1	1	1	-1	1	-1	15,58
13	1	-1	-1	1	1	-1	15,41
14	1	1	-1	1	1	-1	16,22
15	1	-1	1	1	1	-1	17,25
16	1	1	1	1	1	-1	15,9
17	1	-1	-1	-1	-1	1	15,38
18	1	1	-1	-1	-1	1	16,4
19	1	-1	1	-1	-1	1	16,5
20	1	1	1	-1	-1	1	17,9
21	1	-1	-1	1	-1	1	14,11
22	1	1	-1	1	-1	1	16,37
23	1	-1	1	1	-1	1	15,29
24	1	1	1	1	-1	1	19,21
25	1	-1	-1	-1	1	1	16,1
26	1	1	-1	-1	1	1	17,45
27	1	-1	1	-1	1	1	17,12
28	1	1	1	-1	1	1	16,7
29	1	-1	-1	1	1	1	18,14
30	1	1	-1	1	1	1	14,64
31	1	-1	1	1	1	1	16,26
32	1	1	1	1	1	1	13,9

## 1) Tratamiento matricial:

```
>> b=transpose(x)
b =
Columns 1 through 26
    1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1
   -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1
   -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1
   -1    -1    -1    -1     1     1     1     1    -1    -1    -1    -1     1     1     1     1    -1    -1    -1    -1     1     1     1    -1
   -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1     1     1
   -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1     1     1

Columns 27 through 32
    1     1     1     1     1     1
   -1     1    -1     1    -1     1
    1     1    -1    -1     1     1
   -1    -1     1     1     1     1
    1     1     1     1     1     1
    1     1     1     1     1     1
```

Estos valores corresponden a la matriz transpuesta de las variables iniciales X1, X2, X3, X4, X5. Estos valores se encuentran en la TABLA 4.3.3

```
>> c=b*x
c =
    32     0     0     0     0     0
     0    32     0     0     0     0
     0     0    32     0     0     0
     0     0     0    32     0     0
     0     0     0     0    32     0
     0     0     0     0     0    32
```

Esta matriz corresponde a la operación matricial entre la matriz transpuesta y la matriz x

```
>> d=inv(c)
d =
    0.0313     0     0     0     0     0
     0    0.0313     0     0     0     0
     0     0    0.0313     0     0     0
     0     0     0    0.0313     0     0
     0     0     0     0    0.0313     0
     0     0     0     0     0    0.0313
```

Esta matriz es correspondiente a la matriz inversa. En su diagonal se presenta el valor de **C<sub>jj</sub>**

16,3313	INTERCEPTO
0,0381	X1
0,2962	X2
-0,4456	X3
0,0369	X4
-0,1156	X5

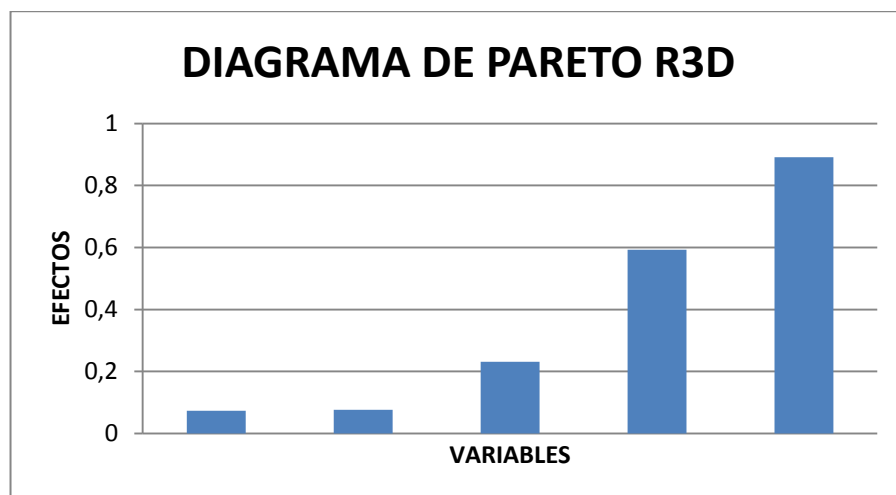
En este cuadro se presentan el valor del intercepto y los coeficientes de modelo.

**TABLA 4.4.3.1. Valores de coeficientes de modelo con valor absoluto y ordenados de menor a mayor. Fuente: El autor.**

<b>COEFICIENTE</b>
0,0369→X4
0,0381→X1
0,1156→X5
0,2962→X2
0,4456→X3

**TABLA 4.4.3.2. Efectos de modelo. Fuente: El autor.**

<b>PARETO</b>
<b>EFFECTOS</b>
0,0738
0,0762
0,2312
0,5924
0,8912

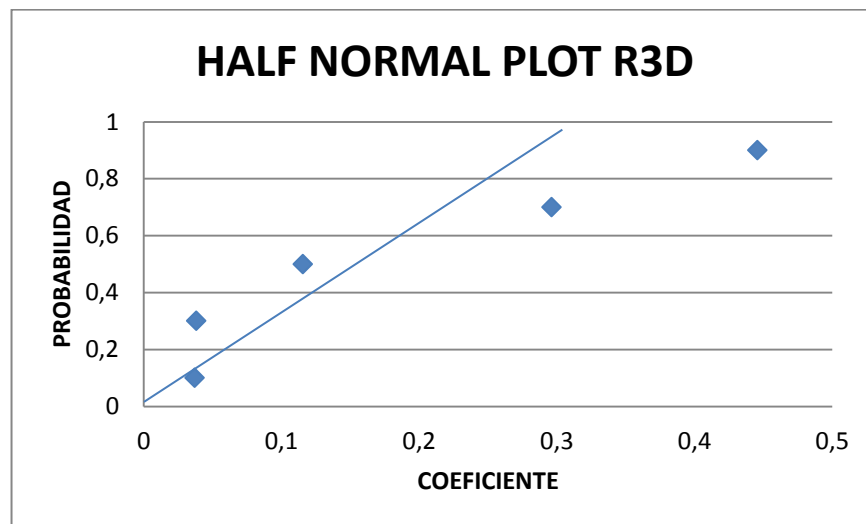


**FIG 32. Diagrama de Pareto con variable de salida Y3 (Resistencia compresión 3días). Fuente: El autor**

Según el diagrama de la FIG 22, las variables con mayor importancia sobre el proceso son  $X_3$ ,  $X_2$ ,  $X_5$  y que en la experimentación son dosificación de puzolana, la velocidad del separador de aire y el variador de velocidad.

**TABLA 4.4.3.3. Half Normal Plot con los datos de coeficiente y probabilidad explicados en el apartado 4.3.2.**

<b>HNP</b>	
COEFICIENTE	PROBABILIDAD
0,0369	0,1
0,0381	0,3
0,1156	0,5
0,2962	0,7
0,4456	0,9



**FIG 33. Half Normal Plot de salida Y3 (Resistencia compresión 3días).**

*Fuente: El autor.*

La afirmación anterior en la gráfica de Pareto se corrobora en la gráfica de la FIG 22 donde se muestra que las variables que se encuentra fuera del conjunto de puntos son  $X_2$  y  $X_3$  que es la *apertura del dámper*.

Se realiza en análisis t de Student en el cual se toman los valores obtenidos de los puntos centrales de la variable de salida Y3 y se los procesa según el apartado 4.3.3

*TABLA 4.4.3.4. Puntos centrales de variable Y2 (Resistencia compresión 3días). Fuente: El autor*

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
15,04
15
15,15
15,83
15,63
14,5
14,78
15,62
15,47
15,23

*TABLA 4.4.3.5. Valores obtenidos para operación de prueba t de Student*

<b>DESVESTA</b>	0,416366559
<b>CME</b>	0,173361111
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	0,005426203
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	0,073662764

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático, es decir aquí se sabrá con certeza cuál de las variables son las que afectan al proceso debido a que en la FIG 32 se muestran ciertas variables y en la FIG 33 ya varia la una variable de incidencia.

**TABLA 4.4.3.6. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,0369	0,50093152	ACEPTO
0,0381	0,51722197	ACEPTO
0,1156	1,56931391	ACEPTO
0,2962	4,02102751	RECHAZO
0,4456	6,04918926	RECHAZO

Según la tabla 4.4.3.6 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

$X_2$  = Velocidad de separador de aire

$X_3$  = Dosificador de puzolana

Por tanto el modelo matemático queda expresado así:

$$Y_3 = \beta_0 + \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3$$

$$Y_3 = 16,3313 + 0,2962 X_2 - 0,4456 X_3$$

#### 4.4.4 Resultados de Resistencia a la compresión en 7 días para 5 variables principales sin interacciones

TABLA 4.4.4. Resultado variable de salida Y4 (Resistencia compresión 3días) con 5 variables principales. Fuente: El autor

# Exp	MAT MOD	X1	X2	X3	X4	X5	Y4 (MPa)
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	20,73
2	1	1	-1	-1	-1	-1	20,78
3	1	-1	1	-1	-1	-1	25,1
4	1	1	1	-1	-1	-1	24,33
5	1	-1	-1	1	-1	-1	18,86
6	1	1	-1	1	-1	-1	20,11
7	1	-1	1	1	-1	-1	23
8	1	1	1	1	-1	-1	19
9	1	-1	-1	-1	1	-1	22,66
10	1	1	-1	-1	1	-1	22,8
11	1	-1	1	-1	1	-1	25,1
12	1	1	1	-1	1	-1	23,62
13	1	-1	-1	1	1	-1	21,22
14	1	1	-1	1	1	-1	20,77
15	1	-1	1	1	1	-1	22,14
16	1	1	1	1	1	-1	22,8
17	1	-1	-1	-1	-1	1	20,45
18	1	1	-1	-1	-1	1	20,81
19	1	-1	1	-1	-1	1	23,71
20	1	1	1	-1	-1	1	22,81
21	1	-1	-1	1	-1	1	19,93
22	1	1	-1	1	-1	1	22,14
23	1	-1	1	1	-1	1	23,24
24	1	1	1	1	-1	1	25,35
25	1	-1	-1	-1	1	1	21,33
26	1	1	-1	-1	1	1	19,5
27	1	-1	1	-1	1	1	23,58
28	1	1	1	-1	1	1	21,68
29	1	-1	-1	1	1	1	22,94
30	1	1	-1	1	1	1	21,38
31	1	-1	1	1	1	1	23,38
32	1	1	1	1	1	1	20,53



## 1) Tratamiento matricial:

```
>> b=transpose(x)

b =

Columns 1 through 26

    1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1     1
   -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1    -1     1
   -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1    -1    -1     1     1
   -1    -1    -1    -1     1     1     1     1    -1    -1    -1    -1     1     1     1     1    -1    -1    -1    -1     1     1     1    -1
   -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1     1     1     1     1     1     1     1     1    -1    -1    -1    -1    -1    -1     1     1
   -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1    -1     1     1     1     1     1     1     1     1     1

Columns 27 through 32

    1     1     1     1     1     1
   -1     1    -1     1    -1     1
    1     1    -1    -1     1     1
   -1    -1     1     1     1     1
    1     1     1     1     1     1
    1     1     1     1     1     1
```

Estos valores corresponden a la matriz transpuesta de las variables iniciales X1, X2, X3, X4, X5. Estos valores se encuentran en la TABLA 4.4.4

```
>> c=b*x

c =

    32     0     0     0     0     0
     0    32     0     0     0     0
     0     0    32     0     0     0
     0     0     0    32     0     0
     0     0     0     0    32     0
     0     0     0     0     0    32
```

Esta matriz corresponde a la operación matricial entre la matriz transpuesta y la matriz x.

```
>> d=inv(c)

d =

    0.0313     0     0     0     0     0
     0    0.0313     0     0     0     0
     0     0    0.0313     0     0     0
     0     0     0    0.0313     0     0
     0     0     0     0    0.0313     0
     0     0     0     0     0    0.0313
```

Esta matriz es correspondiente a la matriz inversa. En su diagonal se presenta el valor de **Cjj**.

22,0556	INTERCEPTO
-0,28	X1
1,030	X2
-0,3813	X3
0,1587	X4
-0,0081	X5

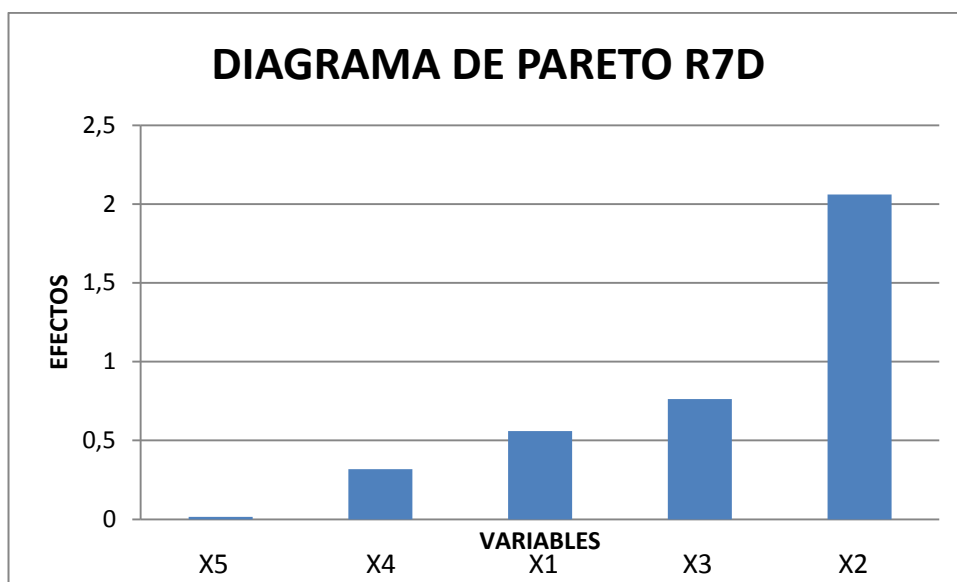
En este cuadro se presentan el valor del intercepto y los coeficientes de modelo.

**TABLA 4.4.4.1. Valores de coeficientes de modelo con valor absoluto ordenados de menor a mayor. Fuente: El autor.**

<b>COEFICIENTE</b>
0,0081→X5
0,1587→X4
0,28→X1
0,3813→X3
1,03→X2

**TABLA 4.4.4.2. Efectos de modelo. Fuente: El autor.**

<b>EFFECTOS</b>
0,0162
0,3174
0,56
0,7626
2,06

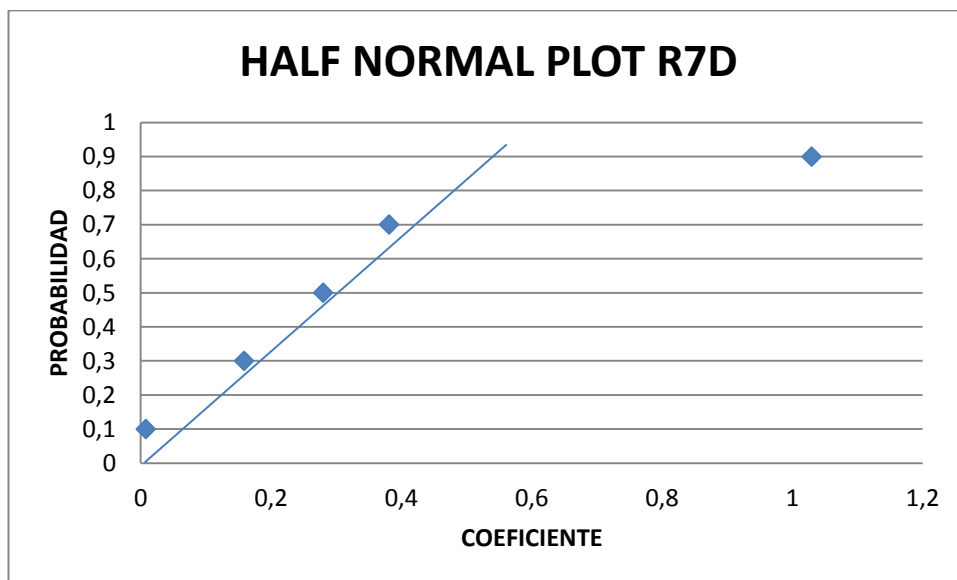


**FIG 34. Diagrama de Pareto con variable de salida Y4 (Resistencia compresión 3días). Fuente: El autor.**

Según el diagrama de la FIG 34, la variable con mayor importancia sobre el proceso es  $X_2$  y en la experimentación son velocidad del separador de aire.

*TABLA 4.4.4.3. Half Normal Plot con los datos de coeficiente y probabilidad explicados en el apartado 4.3.2.*

<b>HNP</b>	
COEFICIENTE	PROBABILIDAD
0,0081	0,1
0,1587	0,3
0,28	0,5
0,3813	0,7
1,03	0,9



*FIG 35. Half Normal Plot de salida Y4 (Resistencia compresión 7días).*

*Fuente: El autor.*

En el grafico HNP de la FIG 35 se indica un punto que se encuentra alejado de la recta ideal que es  $X_2$  y significa la velocidad del separador de aire. Se realiza en análisis t de Student para descartar o afirmar ciertas aseveraciones. Con los valores obtenidos de los puntos centrales de la variable de salida Y4 se obtiene lo siguiente:

**TABLA 4.4.4.4. Puntos centrales de variable Y2 (Resistencia compresión 3días). Fuente: El autor**

DATOS PUNTOS CENTRALES
21,22
22,3
21,25
22,18
21,98
21,42
22,37
22
22,69
22,13

**TABLA 4.4.4.5. Valores obtenidos para operación de prueba t de Student**

<b>DESVESTA</b>	0,498758459
<b>CME</b>	0,24876
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	0,007786188
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	0,088239379

Se procede a la prueba de la hipótesis para aceptación o rechazo de datos:

**TABLA 4.4.4.6. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,0081	0,09179575	ACEPTO
0,1587	1,798516738	ACEPTO
0,28	3,173186431	RECHAZO
0,3813	4,32119995	RECHAZO
1,03	11,67279294	RECHAZO

Según la tabla 4.4.4.6 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

- $X_1$  = Alimentación al molino
- $X_2$  = Velocidad de separador de aire
- $X_3$  = Dosificador de puzolana

Por tanto el modelo matemático queda expresado así:

$$Y_4 = \beta_0 - \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3 \quad (4.17)$$

$$Y_4 = 22,0556 - 0,28X_1 + 1,030 X_2 - 0,3813 X_3 \quad (4.18)$$

#### **4.4.5 Resultados de Blaine para 32 variables principales con interacciones y datos centrales**

*TABLA 4.4.5. Resultado variable de salida Y1 (blaine). Fuente: El autor*

#p	mat	X1	X2	X3	X4	X5	X12	X13	X14	X15	X23	X24	X25	X34	X35	X45	X123	X124	X125	X134	X135	X145	X234	X235	X245	X345	X1234	X1235	X1345	X2345	X12345	Y1[m2]	
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	4135		
2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3939		
3	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	3963	
4	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4288	
5	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	3896	
6	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	4084	
7	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	3918	
8	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	3840	
9	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	3969	
10	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	4198	
11	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	4221	
12	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	4017	
13	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	4065
14	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	4169	
15	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	4198
16	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4011
17	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	3890	
18	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	3865	
19	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	3939	
20	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	4059	
21	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	3796
22	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	4059	
23	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	4106	
24	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3846
25	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	4088
26	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	4106
27	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	4123
28	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3945
29	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	4491
30	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3933
31	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	4053
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	4041
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4014
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3968
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3945
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3922
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3922
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3945
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3945
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3991
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3945

*TABLA 4.4.5.1 Cuadro resumen de valores de regresión, coeficientes, efectos y probabilidades de la variable de salida Y1 (blaine). Fuente: El autor*

<b>CUADRO RESUMEN PARA GRAFICAS DE PARETO Y HNP</b>					
	1.0e+03 *				
INTERCEPTO	4,0396	<b>COEFICIENTES</b>	<b>COEFICIENTE</b>	<b>EFFECTOS</b>	<b>PROBABILIDAD</b>
X1	-0,0133	13,3	3,9	7,8	0,016129032
X2	-0,0044	4,4	4,4	8,8	0,048387097
X3	-0,008	8	5,3	10,6	0,080645161
X4	0,0632	63,2	7,4	14,8	0,112903226
X5	-0,0173	17,3	8	16	0,14516129
X1X2	-0,0161	16,1	8,4	16,8	0,177419355
X1X3	-0,0199	19,9	8,4	16,8	0,209677419
X1X4	-0,0349	34,9	11	22	0,241935484
X1X5	-0,0251	25,1	12,5	25	0,274193548
X2X3	-0,0261	26,1	13,3	26,6	0,306451613
X2X4	-0,0223	22,3	13,3	26,6	0,338709677
X2X5	-0,0039	3,9	13,5	27	0,370967742
X3X4	0,0253	25,3	13,8	27,6	0,403225806
X3X5	0,0263	26,3	14,1	28,2	0,435483871
X4X5	0,0141	14,1	15,6	31,2	0,467741935
X1X2X3	-0,0173	17,3	15,8	31,6	0,5
X1X2X4	-0,0084	8,4	16,1	32,2	0,532258065
X1X2X5	0,0133	13,3	17,3	34,6	0,564516129
X1X3X4	-0,0135	13,5	17,3	34,6	0,596774194
X1X3X5	-0,0125	12,5	19,9	39,8	0,629032258
X1X4X5	-0,0158	15,8	22,3	44,6	0,661290323
X2X3X4	0,0084	8,4	23	46	0,693548387
X2X3X5	0,0053	5,3	25,1	50,2	0,725806452
X2X4X5	-0,0285	28,5	25,3	50,6	0,758064516
X3X4X5	-0,0138	13,8	26,1	52,2	0,790322581
X1X2X3X4	0,0736	73,6	26,3	52,6	0,822580645
X1X2X3X5	0,023	23	28,5	57	0,85483871
X1X2X4X5	0,0528	52,8	34,9	69,8	0,887096774
X1X3X4X5	-0,0074	7,4	52,8	105,6	0,919354839
X2X3X4X5	-0,011	11	63,2	126,4	0,951612903
X1X2X3X4X5	0,0156	15,6	73,6	147,2	0,983870968

Como se indica en la TABLA 4.4.5.1 los valores de la primera columna corresponden a los valores de regresión obtenidos en el programa MATLAB. Debe notarse que en el primer recuadro de dicha columna existe un valor de 1.0e+03\* lo cual recomienda multiplicar a toda la columna de regresión por mil como se muestra en la segunda columna; cabe indicar que se asumen valores absolutos. En la tercera columna estos valores están

organizados de menor a mayor, en la cuarta columna se encuentra multiplicado el coeficiente por 2 con el fin de graficar Pareto según la gráfica de la FIG 36 y finalmente en la quinta columna están los valores de la probabilidad con los que se podrá realizar la gráfica de Half Normal Plot como se muestra en el gráfico de la FIG 37.

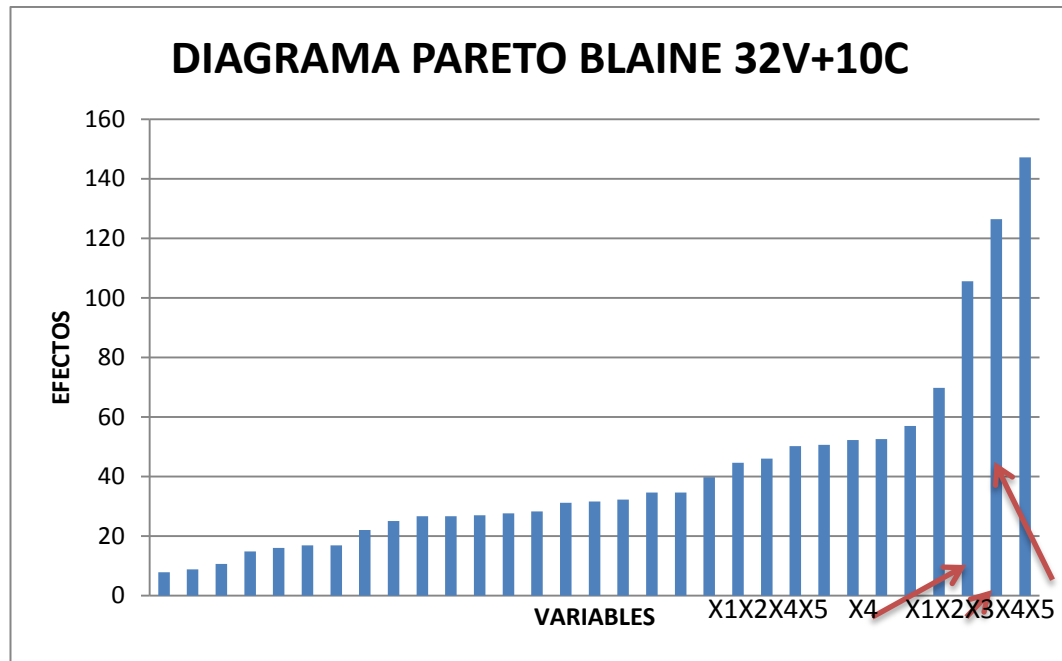


FIG 36. Diagrama de Pareto con variable de salida Y1 (Blaine). Fuente: El autor

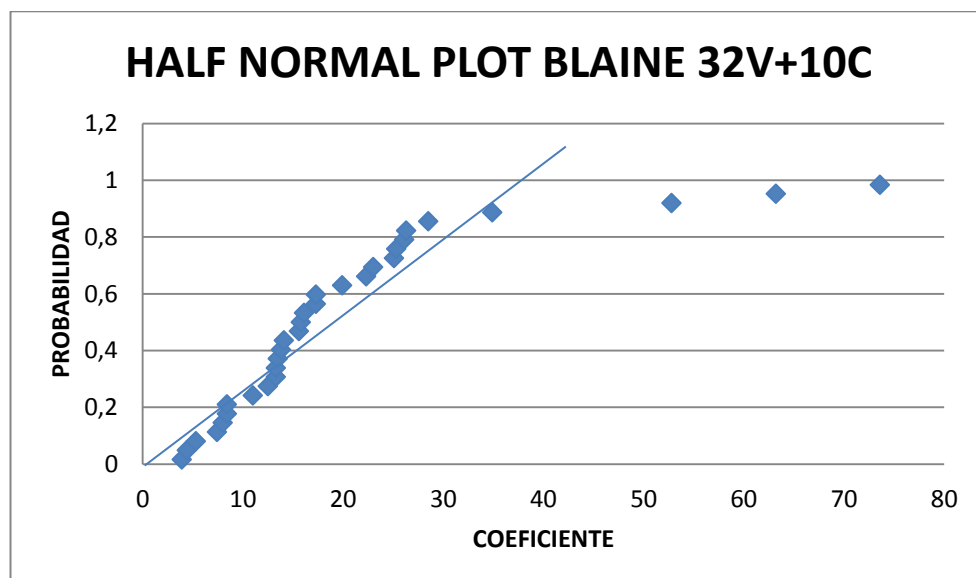


FIG 37. Half Normal Plot de salida Y1 (Blaine). Fuente: El autor

En el diagrama de Pareto que se expone en la FIG 36 se presentan 3 factores importantes que pueden tener incidencia sobre el proceso los cuales son las interacciones:

$$\#29 = X_1 X_3 X_4 X_5$$

$$\#4 = X_4$$

$$\#31 = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$$

Aquí se puede ver claramente que se tienen dos interacciones cuádruples (descartados) y un efecto principal que es el de mayor importancia para el estudio. Ahora analizando el gráfico de la FIG 37 se puede ver que existen tres puntos que están alejados de la línea de tendencia los cuales se los resume así:

$$\#29 = X_1 X_3 X_4 X_5$$

$$\#4 = X_4$$

$$\#31 = X_1 X_2 X_3 X_4 X_5$$

Con esto se corrobora que tanto Pareto como HNP están en concordancia, para finalmente se procederá a realizar el análisis t de Student con el fin de comprobar estas aseveraciones:

*TABLA 4.4.5.2. Puntos centrales de variable Y1 (Blaine). Fuente: El autor*

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
4014
3991
3968
3945
3922
3991
3922
3945
3991
3945



**TABLA 4.4.5.3 Valores obtenidos para operación de prueba *t* de Student**

<b>DESVESTA</b>	32,16347134
<b>CME</b>	1034,488889
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	32,37950222
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	<b>5,690298957</b>

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.

**TABLA 4.4.5.4. Decisión de hipótesis para prueba *T* de Student. Fuente: El autor**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
3,9	0,685377	ACEPTO
4,4	0,77324584	ACEPTO
5,3	0,93140976	ACEPTO
7,4	1,30045891	ACEPTO
8	1,40590153	ACEPTO
8,4	1,4761966	ACEPTO
8,4	1,4761966	ACEPTO
11	1,9331146	ACEPTO
12,5	2,19672114	RECHAZO
13,3	2,33731129	RECHAZO
13,3	2,33731129	RECHAZO
13,5	2,37245883	RECHAZO
13,8	2,42518014	RECHAZO
14,1	2,47790144	RECHAZO
15,6	2,74150798	RECHAZO
15,8	2,77665552	RECHAZO
16,1	2,82937683	RECHAZO
17,3	3,04026205	RECHAZO
17,3	3,04026205	RECHAZO
19,9	3,49718005	RECHAZO
22,3	3,91895051	RECHAZO
23	4,04196689	RECHAZO
25,1	4,41101604	RECHAZO
25,3	4,44616358	RECHAZO
26,1	4,58675374	RECHAZO
26,3	4,62190127	RECHAZO
28,5	5,00852419	RECHAZO
34,9	6,13324542	RECHAZO
52,8	9,27895009	RECHAZO
63,2	11,1066221	RECHAZO
73,6	12,9342941	RECHAZO

Según la tabla 4.4.5.4 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

*TABLA 4.4.5.5. Variables rechazadas en prueba T de Student. Fuente: El autor.*

<b>VARIABLES</b>
X1
X4
X5
X1X2
X1X3
X1X4
X1X5
X2X3
X2X4
X3X4
X3X5
X4X5
X1X2X3
X1X2X5
X1X3X4
X1X4X5
X2X4X5
X3X4X5
X1X2X3X4
X1X2X3X5
X1X2X4X5
X1X2X3X4X5

*TABLA 4.4.5.6. Variables principales e interacciones dobles rechazadas en prueba T de Student con su respectivo coeficiente de modelo. Fuente: El autor*

<b>VARIABLES</b>	<b><math>\hat{\beta}</math></b>
X1	-13,3
X4	63,2
X5	-17,3
X1X2	-16,1
X1X3	-19,9
X1X4	-34,9
X1X5	-25,1
X2X3	-26,1
X2X4	-22,3
X3X4	25,3
X3X5	26,3
X4X5	14,1

Se debe indicar que según como se explicó en capítulos anteriores las interacciones de las variables triples cuádruples y quíntuples se las descarta debido a que tienen valores pequeños. Mientras tanto con las interacciones principales y las interacciones dobles se expresa el modelo matemático de la siguiente manera:

$$Y1 = \beta_0 - \beta_1 X_1 + \beta_4 X_4 - \beta_5 X_5 - \beta_{12} X_1 X_2 - \beta_{13} X_1 X_3 - \beta_{14} X_1 X_4 - \beta_{15} X_1 X_5 - \beta_{23} X_2 X_3 - \beta_{24} X_2 X_4 + \beta_{34} X_3 X_4 + \beta_{35} X_3 X_5 - \beta_{45} X_4 X_5 \quad (4.4.5.a)$$

$$Y1 = 4039,6 - 13,3 X_1 + 63,2 X_4 - 17,3 X_5 - 16,1 X_1 X_2 - 19,9 X_1 X_3 - 34,9 X_1 X_4 - 25,1 X_1 X_5 - 26,1 X_2 X_3 - 22,3 X_2 X_4 + 25,3 X_3 X_4 + 26,3 X_3 X_5 - 14,1 X_4 X_5 \quad (4.4.5.b)$$

Ya con el modelo matemático se medirá la calidad de ajuste, la variabilidad y la confianza del modelo mediante coeficientes tales como  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  mediante las formulas indicadas en la siguiente resolución:

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC} \quad (4.4.5.c)$$

$$SCE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y \quad (4.4.5.d)$$

$$STC = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (4.4.5.e)$$

Mediante multiplicaciones matriciales se obtuvieron las siguientes respuestas:

```
>> r=(f*y)-(h*b*y)
r =
    5.3579e+04
>> s=(f*y)
s =
    679966590
```

Donde:

- r = SCE
- f = matriz transpuesta de  $Y_1$
- h = matriz transpuesta de estimadores de modelo
- y = matriz de respuesta  $Y_1$  (Blaine)
- s = matriz transpuesta de  $Y_1$  por matriz de  $Y_1$
- b = matriz transpuesta de X

Por tanto:

$$SCE = 5,3579 \cdot 10^4 \quad (4.4.5.f)$$

$$STC = 679966590 - \frac{\sum yi^2}{n} \quad (4.4.5.g)$$

$$\frac{\sum yi^2}{n} = \frac{2852788504}{42} = 679235371,5 \quad (4.4.5.h)$$

$$STC = 679966590 - 679235371,5 \quad (4.4.5.i)$$

$$STC = 731218,5 \quad (4.4.5.j)$$

Quedando de la siguiente manera:

$$R^2 = 1 - \frac{53579}{731218,5} \quad (4.4.5.k)$$

$$R^2 = 0,92$$

Se realiza el cálculo de  $R^2_{adj}$  de la siguiente manera:

$$R^2_{adj} = \frac{\frac{SCE}{dfe}}{\frac{SCT}{dfct}} = 1 - \frac{\frac{SCE}{n-k-1}}{\frac{SCT}{n-1}} \quad (4.4.5.l)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\frac{53579}{42-5-1}}{\frac{731218,5}{42-1}} \quad (4.4.5.m)$$

$$R^2_{adj} = 0,916$$

*Al tener  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  con valores cercanos a la unidad se concluye diciendo que el modelo matemático obtenido para el blaine es satisfactorio por ser mayor a 0,7.*

Se realiza el cálculo de la suma de cuadrados con curvatura pura (SCCP) para probar la existencia o no de curvatura en el modelo matemático obtenido. El significado de cada factor se indica en el apartado 3.14.6

$$SCCP = \frac{nf * nc (ymf - ymc)^2}{nf + nc} \quad (4.4.5.n)$$

$$SCCP = \frac{32 * 10 (4039,625 - 3963,4)^2}{32 + 10} \quad (4.4.5.o)$$

$$SCCP = 44268,576$$

Ahora se aplica el estadístico de distribución F

$$F = \frac{SCCP}{CME} \quad (4.4.5.p)$$

$$CME = \frac{SCE}{nc - 1} \quad (4.4.5.q)$$

Por tanto:

$$F = \frac{44268,576}{1034,48} \quad (4.4.5.r)$$

$$F = 42,793$$

$$42,793 > 4,116$$

*Por tanto según la prueba de FISHER se indica que la hipótesis se rechaza, por tanto el modelo presenta presencia de curvatura, con lo que se concluye diciendo que el modelo es de segundo orden.*

#### 4.4.6 Resultados de Retenido para 32 variables principales con interacciones y datos centrales.

TABLA 4.4.6. Resultado variable de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor

MAT	MOD	X1	X2	X3	X4	X5	X1X2	X1X3	X1X4	X1X5	X2X3	X2X4	X2X5	X3X4	X3X5	X4X5	X1X2X3	X1X2X4	X1X2X5	X1X3X4	X1X3X5	X1X4X5	X2X3X4	X2X3X5	X2X4X5	X3X4X5	X1X2X3X4	X1X2X3X5	X1X2X4X5	X1X3X4X5	X2X3X4X5	X1X2X3X4X5	Y2(%)
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	4,7	
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	3,6
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	3,7
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1,7
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	6,5
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	4,9
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	2,6
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	4,7
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	4,7
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	3,6
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	2,5
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	2,7
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	3,3
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	6,6	
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	2,6
1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	3,4
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	6,1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	5,4
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	3,3
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	4
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	7,7
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	6,6	
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	2,4	
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	4,3
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	4,2
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	3,8
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	2,8
1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	2,7
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	3,7
1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	5,7
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	3,1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	5,7
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,8
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,2
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,9
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,8
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,9
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,2
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,2
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,1
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3,7
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4

*TABLA 4.4.6.1 Cuadro resumen de valores de regresión, coeficientes, efectos y probabilidades de la variable de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor*

<b>CUADRO RESUMEN PARA GRAFICAS DE PARETO Y HNP</b>					
INTERCEPTO	4,1644	COEFICIENTES	COEFICIENTE	EFFECTOS	PROBABILIDAD
X1	0,17	0,17	0,0012	0,0024	0,016129032
X2	-0,8944	0,8944	0,0137	0,0274	0,048387097
X3	0,4481	0,4481	0,0162	0,0324	0,080645161
X4	-0,3512	0,3512	0,0163	0,0326	0,112903226
X5	0,305	0,305	0,0225	0,045	0,14516129
X1X2	0,2175	0,2175	0,0331	0,0662	0,177419355
X1X3	0,4463	0,4463	0,0775	0,155	0,209677419
X1X4	0,2869	0,2869	0,0813	0,1626	0,241935484
X1X5	0,1281	0,1281	0,0831	0,1662	0,274193548
X2X3	-0,1106	0,1106	0,09	0,18	0,306451613
X2X4	0,28	0,28	0,1106	0,2212	0,338709677
X2X5	-0,0225	0,0225	0,1144	0,2288	0,370967742
X3X4	-0,0012	0,0012	0,1281	0,2562	0,403225806
X3X5	-0,0162	0,0162	0,1494	0,2988	0,435483871
X4X5	-0,1556	0,1556	0,1556	0,3112	0,467741935
X1X2X3	0,0813	0,0813	0,1619	0,3238	0,5
X1X2X4	-0,2281	0,2281	0,17	0,34	0,532258065
X1X2X5	0,1144	0,1144	0,1775	0,355	0,564516129
X1X3X4	0,1794	0,1794	0,1794	0,3588	0,596774194
X1X3X5	-0,0831	0,0831	0,2112	0,4224	0,629032258
X1X4X5	-0,0775	0,0775	0,2175	0,435	0,661290323
X2X3X4	0,1775	0,1775	0,2281	0,4562	0,693548387
X2X3X5	0,0137	0,0137	0,2719	0,5438	0,725806452
X2X4X5	0,2719	0,2719	0,28	0,56	0,758064516
X3X4X5	0,1619	0,1619	0,2869	0,5738	0,790322581
X1X2X3X4	-0,2956	0,2956	0,2956	0,5912	0,822580645
X1X2X3X5	0,0331	0,0331	0,305	0,61	0,85483871
X1X2X4X5	0,0163	0,0163	0,3512	0,7024	0,887096774
X1X3X4X5	0,09	0,09	0,4463	0,8926	0,919354839
X2X3X4X5	0,1494	0,1494	0,4481	0,8962	0,951612903
X1X2X3X4X5	0,2112	0,2112	0,8944	1,7888	0,983870968

Como se indica en la TABLA 4.4.6.1 los valores de la primera columna corresponden a los valores de regresión obtenidos en el programa MATLAB. En la segunda columna se encuentran los coeficientes expresados en valores absolutos. En la tercera columna estos valores están organizados de menor a mayor, en la cuarta columna se encuentra multiplicado el coeficiente por dos con el fin de graficar Pareto según la gráfica de la FIG 38 y finalmente en la quinta columna están los valores de muestra en el gráfico de la FIG 39.

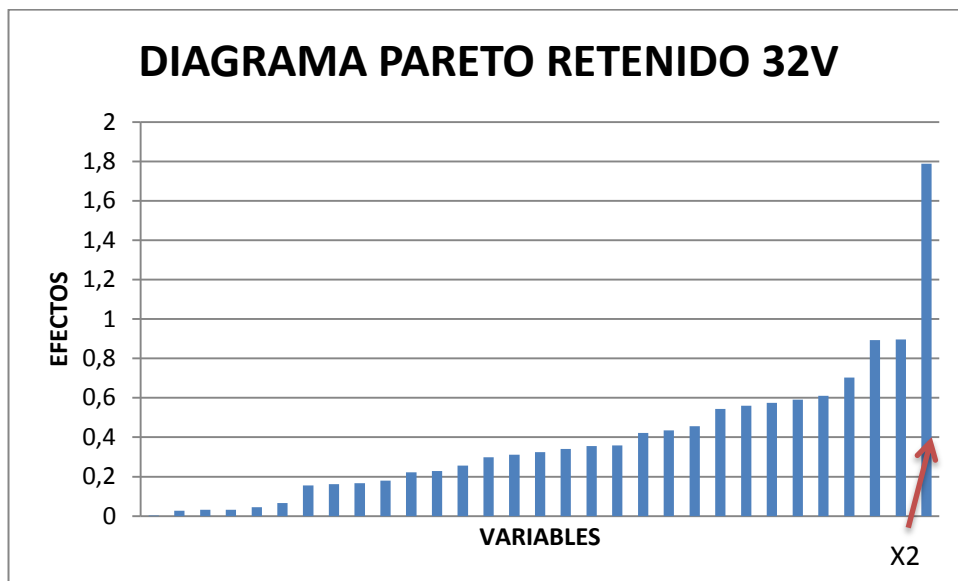


FIG 38. Diagrama de Pareto con variable de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor

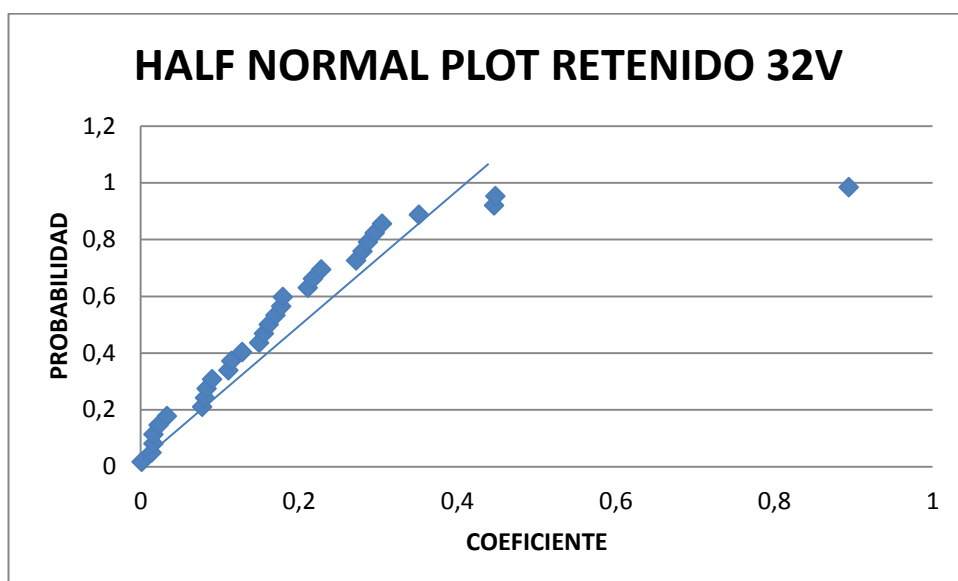


FIG 39. Half Normal Plot de salida Y2 (Retenido). Fuente: El autor



En el diagrama de Pareto que se expone en la FIG 38 presenta un factor importante que puede tener incidencia sobre el proceso, el cual al observarlo en el conjunto de valores de regresión lineal arroja la variable siguiente:

$$\#2 = X_2$$

Ahora analizando el gráfico de la FIG 39 se puede ver que existe un punto que está alejado de la línea de tendencia el cual se resume así:

$$\#2 = X_2$$

Con esto se puede decir que no se tiene certeza de los valores que pueden incidir en el proceso, es por ello que se efectúa un análisis t de Student con el fin de aceptar o rechazar valores de incidencia.

*TABLA 4.4.6.2. Puntos centrales de variable Y2 (Retenido). Fuente: El autor*

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
3,8
4,2
3,85
3,77
3,92
4,22
4,15
4,05
3,7
4

**TABLA 4.4.6.3 Valores obtenidos para operación de prueba  $t$  de Student para variable de salida  $Y_2$**

<b>DESVESTA</b>	0,186678571
<b>CME</b>	0,034848889
<b>C<sub>jj</sub></b>	0,0313
<b>CME*C<sub>jj</sub></b>	0,00109077
<b>RCUAD(CME*C<sub>jj</sub>)</b>	0,033026811

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.

**TABLA 4.4.6.4. Decisión de hipótesis para prueba  $T$  de Student. Fuente: El autor**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,0012	0,03633412	ACEPTO
0,0137	0,4148145	ACEPTO
0,0162	0,49051058	ACEPTO
0,0163	0,49353842	ACEPTO
0,0225	0,68126469	ACEPTO
0,0331	1,00221606	ACEPTO
0,0775	2,34657838	RECHAZO
0,0813	2,46163642	RECHAZO
0,0831	2,5161376	RECHAZO
0,09	2,72505877	RECHAZO
0,1106	3,34879444	RECHAZO
0,1144	3,46385248	RECHAZO
0,1281	3,87866698	RECHAZO
0,1494	4,52359756	RECHAZO
0,1556	4,71132383	RECHAZO
0,1619	4,90207794	RECHAZO
0,17	5,14733323	RECHAZO
0,1775	5,37442146	RECHAZO
0,1794	5,43195048	RECHAZO
0,2112	6,39480458	RECHAZO
0,2175	6,58555869	RECHAZO
0,2281	6,90651006	RECHAZO
0,2719	8,23270533	RECHAZO
0,28	8,47796062	RECHAZO
0,2869	8,68688179	RECHAZO
0,2956	8,95030414	RECHAZO
0,305	9,23492138	RECHAZO
0,3512	10,6337849	RECHAZO
0,4463	13,5132637	RECHAZO
0,4481	13,5677648	RECHAZO
0,8944	27,0810285	RECHAZO

Según la tabla 4.4.6.4 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

*TABLA 4.4.6.5. Variables rechazadas en prueba T de Student. Fuente: El autor*

<b>VARIABLES</b>
X1
X2
X3
X4
X5
X1X2
X1X3
X1X4
X1X5
X2X3
X2X4
X2X5
X3X4
X4X5
X1X2X3
X1X2X5
X1X3X4
X2X3X4
X2X3X5
X2X4X5
X3X4X5
X1X2X3X4
X1X3X4X5
X2X3X4X5
X1X2X3X4X5

*TABLA 4.4.6.6. Interacción de variables rechazadas en prueba T de Student con su respectivo coeficiente de modelo. Fuente: El autor*

<b>VARIABLES</b>	<b><math>\hat{\beta}</math></b>
X1	0,17
X2	-0,8944
X3	0,4481
X4	-0,3512
X5	0,305
X1X2	0,2175
X1X3	0,4463
X1X4	0,2869
X1X5	0,1281
X2X3	-0,1106
X2X4	0,28
X2X5	-0,0225
X3X4	-0,0012
X4X5	-0,1556

Las variables triples cuádruples y quíntuples se descartan debido a que tienen valores pequeños. Con la TABLA 4.4.6.6 se expresa el modelo matemático de la siguiente manera:

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_1 - \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 - \beta_4 X_4 + \beta_5 X_5 + \beta_{12} X_1 X_2 + \beta_{13} X_1 X_3 + \beta_{14} X_1 X_4 + \beta_{15} X_1 X_5 - \beta_{23} X_2 X_3 + \beta_{24} X_2 X_4 - \beta_{25} X_2 X_5 - \beta_{34} X_3 X_4 - \beta_{45} X_4 X_5 \quad (4.4.6.a)$$

$$Y_2 = 4,1644 + 0,17 X_1 - 0,8944 X_2 + 0,4481 X_3 - 0,3512 X_4 + 0,305 X_5 + 0,2175 X_1 X_2 + 0,4463 X_1 X_3 + 0,2869 X_1 X_4 + 0,1281 X_1 X_5 - 0,1106 X_2 X_3 + 0,28 X_2 X_4 - 0,0225 X_2 X_5 - 0,0012 X_3 X_4 - 0,1556 X_4 X_5 \quad (4.4.6.b)$$

Revisión de calidad de ajuste de modelo mediante  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  mediante las formulas indicadas en la siguiente resolución:

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC} \quad (4.4.6.c)$$

$$SCE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y \quad (4.4.6.d)$$

$$STC = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (4.4.6.e)$$

Mediante multiplicaciones matriciales se obtuvieron las siguientes respuestas:

```
>> f=transpose(y);
>> h=transpose(e);
>> r=(f*y)-(h*b*y)

r =

    0.6135

>> s=f*y

s =

    780.3654
```

Dónde:

- r = SCE
- f = matriz transpuesta de  $Y_2$
- h = matriz transpuesta de estimadores de modelo
- y = matriz de respuesta  $Y_2$  (Retenido)
- s = matriz transpuesta de  $Y_2$  por matriz de  $Y_2$
- b = matriz transpuesta de X

Por tanto:

$$SCE = 0,6135 \quad (4.4.6.f)$$

$$STC = 780,3654 - \frac{\sum yi^2}{n} \quad (4.4.6.g)$$

$$\frac{\sum yi^2}{n} = \frac{27828,9124}{42} = 662,593 \quad (4.4.6.h)$$

$$STC = 780,3654 - 662,593 \quad (4.4.6.i)$$

$$STC = 117,765 \quad (4.4.6.j)$$

Quedando de la siguiente manera:

$$R^2 = 1 - \frac{0,6135}{117,765} \quad (4.4.6.k)$$

$$R^2 = 0,994$$

Se realiza el cálculo de  $R^2_{adj}$  de la siguiente manera:

$$R^2_{adj} = \frac{\frac{SCE}{dfe}}{\frac{SCT}{dfct}} = 1 - \frac{\frac{SCE}{n-k-1}}{\frac{SCT}{n-1}} \quad (4.4.6.l)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\frac{0,6135}{42-5-1}}{\frac{117,765}{42-1}} \quad (4.4.6.m)$$

$$R^2_{adj} = 0,994$$

*Al tener  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  con valores cercanos a la unidad se concluye diciendo que el modelo matemático obtenido para el retenido es satisfactorio por ser mayor a 0,7.*

Se realiza el cálculo de la suma de cuadrados con curvatura pura (SCCP) para probar la existencia o no de curvatura en el modelo matemático obtenido. El significado de cada factor se indica en el apartado 3.14.6

$$SCCP = \frac{nf * nc (ymf - ymc)^2}{nf + nc} \quad (4.4.6.n)$$

$$SCCP = \frac{32 * 10 (4,101935 - 3,966)^2}{32 + 10} \quad (4.4.6.o)$$

$$SCCP = 0,14$$

Ahora se aplica el estadístico de distribución F

$$F = \frac{SCCP}{CME} \quad (4.4.6.p)$$

$$CME = \frac{SCE}{nc - 1} \quad (4.4.6.q)$$

Por tanto:

$$F = \frac{0,14}{0,0348488} \quad (4.4.6.r)$$

$$F = 4,0173$$

$$4,0173 > 4,116$$

*Por tanto según la prueba de FISHER se indica que la hipótesis se acepta, por tanto el modelo matemático generado para la variable de salida Y2 (retenido) se acepta sin tener presencia de curvatura siendo un modelo de primer orden.*

#### 4.4.7 Resultados de Resistencia a la compresión de 3 días para 32 variables principales con interacciones y datos centrales.

TABLA 4.4.7. Resultado variable de salida Y3 (Resistencia a la compresión 3 días). Fuente: El autor.

MAT MOD	X1	X2	X3	X4	X1X2	X1X3	X1X4	X2X3	X2X4	X3X4	X1X2X3	X1X2X4	X1X2X3X4	X1X3X4	X1X3X5	X1X4X5	X2X3X4	X2X3X5	X2X4X5	X3X4X5	X1X2X3X4	X1X2X3X5	X1X2X4X5	X1X3X4X5	X2X3X4X5	X1X2X3X4X5	Y3(Mpa)
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	15,83
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	16,31
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	18,48
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	17,45
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	15,15
1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	15,92
1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	17,56
1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	14,84
1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	16
1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	17,15
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	18,1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	15,58
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	15,41
1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	16,22
1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	17,25
1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	15,9
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	15,39
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	16,4
1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	16,5
1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	17,9
1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	14,11
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	16,37
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	13,29
1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	19,21
1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	16,1
1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	17,42
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	17,12
1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	16,7
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	18,14
1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	14,64
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	16,26
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13,9
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,04
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,15
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,83
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,63
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,5
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,78
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,62
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,47
c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15,23

**TABLA 4.4.7.1 Cuadro resumen de valores de regresión, coeficientes, efectos y probabilidades de la variable de salida Y3 (Resistencia a la compresión 3 días). Fuente: El autor**

<b>CUADRO RESUMEN PARA GRAFICAS DE PARETO Y HNP</b>					
INTERCEPTO	16,3313	COEFICIENTES	COEFICIENTE	EFFECTOS	PROBABILIDAD
X1	0,0381	0,0381	0,0131	0,0262	0,016129032
X2	0,2962	0,2962	0,03	0,06	0,048387097
X3	-0,4456	0,4456	0,0325	0,065	0,080645161
X4	0,0369	0,0369	0,035	0,07	0,112903226
X5	-0,1156	0,1156	0,0369	0,0738	0,14516129
X1X2	-0,2306	0,2306	0,0381	0,0762	0,177419355
X1X3	-0,0487	0,0487	0,0425	0,085	0,209677419
X1X4	-0,4675	0,4675	0,0487	0,0974	0,241935484
X1X5	0,3137	0,3137	0,0637	0,1274	0,274193548
X2X3	-0,1556	0,1556	0,0969	0,1938	0,306451613
X2X4	-0,3131	0,3131	0,1156	0,2312	0,338709677
X2X5	-0,1519	0,1519	0,1169	0,2338	0,370967742
X3X4	0,0425	0,0425	0,1194	0,2388	0,403225806
X3X5	-0,03	0,03	0,1212	0,2424	0,435483871
X4X5	0,0325	0,0325	0,1213	0,2426	0,467741935
X1X2X3	0,1775	0,1775	0,1519	0,3038	0,5
X1X2X4	-0,1713	0,1713	0,1556	0,3112	0,532258065
X1X2X5	0,4462	0,4462	0,1713	0,3426	0,564516129
X1X3X4	-0,3219	0,3219	0,1775	0,355	0,596774194
X1X3X5	-0,0131	0,0131	0,1806	0,3612	0,629032258
X1X4X5	-0,5044	0,5044	0,2069	0,4138	0,661290323
X2X3X4	0,035	0,035	0,2306	0,4612	0,693548387
X2X3X5	-0,0637	0,0637	0,2962	0,5924	0,725806452
X2X4X5	-0,1213	0,1213	0,3131	0,6262	0,758064516
X3X4X5	-0,1169	0,1169	0,3137	0,6274	0,790322581
X1X2X3X4	0,0969	0,0969	0,3219	0,6438	0,822580645
X1X2X3X5	0,2069	0,2069	0,4456	0,8912	0,85483871
X1X2X4X5	-0,1194	0,1194	0,4462	0,8924	0,887096774
X1X3X4X5	-0,4613	0,4613	0,4613	0,9226	0,919354839
X2X3X4X5	-0,1806	0,1806	0,4675	0,935	0,951612903
X1X2X3X4X5	-0,1212	0,1212	0,5044	1,0088	0,983870968



Como se indica en la TABLA 4.4.7.1 los valores de la primera columna corresponden a los valores de regresión obtenidos en el programa MATLAB. En la segunda columna se encuentran los coeficientes expresados en valores absolutos. En la tercera columna estos valores están organizados de menor a mayor, en la cuarta columna se encuentra multiplicado el coeficiente por dos con el fin de graficar Pareto según la gráfica de la FIG 40 y finalmente en la quinta columna están los valores de muestra en el gráfico de la FIG 41.

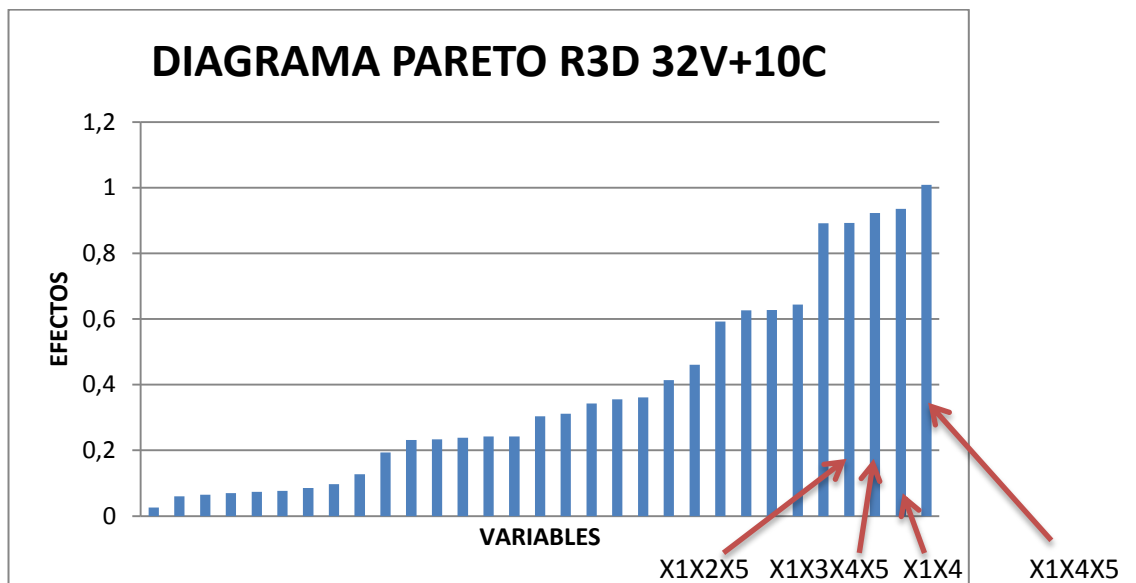


FIG 40. Diagrama de Pareto con variable de salida Y3 (Resistencia a compresión 3 días). Fuente: El autor

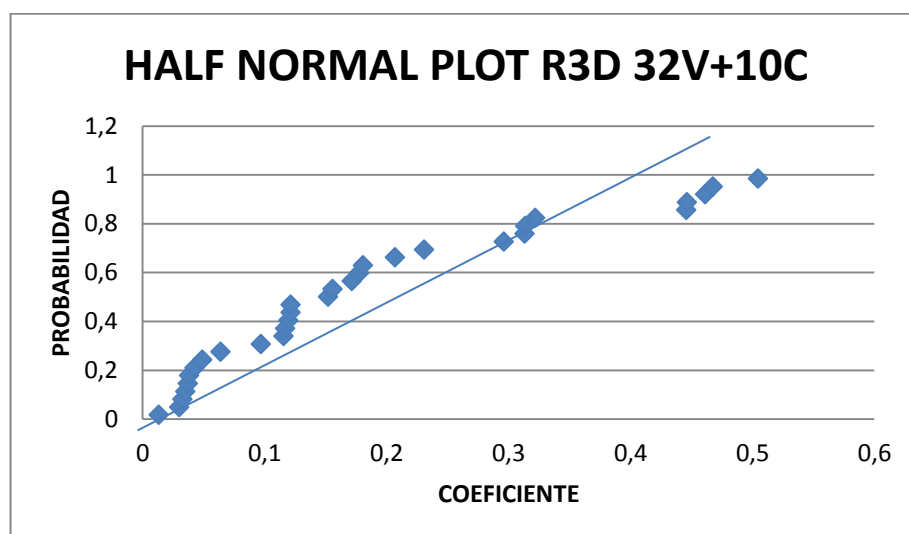


FIG 41. Half Normal Plot de salida Y3 (Resistencia a compresión 3 días). Fuente: El autor

En el diagrama de Pareto que se expone en la FIG 40 presentan cinco factores importantes que puede tener incidencia sobre el proceso, el cual al observarlo en el conjunto de valores de regresión lineal se presentan así:

$$\#21= X_1X_4X_5$$

$$\#8= X_1X_4$$

$$\#29= X_1X_3X_4X_5$$

$$\#18= X_1X_2X_5$$

De los cuales se acepta la interacción #8 por ser doble. Ahora analizando el gráfico de la FIG 41 se puede ver que existen cuatro puntos que están alejados de la línea de tendencia los cuales se los resume así:

$$\#21= X_1X_4X_5$$

$$\#8= X_1X_4$$

$$\#29= X_1X_3X_4X_5$$

$$\#18= X_1X_2X_5$$

De igual manera se realiza la comparación en el análisis de HNP y también se rechazan los valores de interacciones triples y cuádruples quedando como interacción aceptada la #8.

Para confirmar que estas cuatro variables están afectando al proceso se realiza el análisis t de Student.

**TABLA 4.4.7.2. Puntos centrales de variable Y3 (Resistencia a la compresión 3 días). Fuente: El autor**

<b>DATOS PUNTOS CENTRALES</b>
15,04
15
15,15
15,83
15,63
14,5
14,78
15,62
15,47
15,23

**TABLA 4.4.7.3 Valores obtenidos para operación de prueba t de Student para variable de salida Y3**

<b>DESVESTA</b>	0,416366559
<b>CME</b>	0,173361111
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	0,005426203
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	0,073662764

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.

**TABLA 4.4.7.4. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<i>T DE STUDENT</i>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,0131	0,177837476	ACEPTO
0,03	0,407261395	ACEPTO
0,0325	0,441199845	ACEPTO
0,035	0,475138295	ACEPTO
0,0369	0,500931516	ACEPTO
0,0381	0,517221972	ACEPTO
0,0425	0,576953644	ACEPTO
0,0487	0,661120999	ACEPTO
0,0637	0,864751696	ACEPTO
0,0969	1,315454307	ACEPTO
0,1156	1,569313911	ACEPTO
0,1169	1,586961904	ACEPTO
0,1194	1,620900354	ACEPTO
0,1212	1,645336038	ACEPTO
0,1213	1,646693576	ACEPTO
0,1519	2,062100199	RECHAZO
0,1556	2,112329105	RECHAZO
0,1713	2,325462568	RECHAZO
0,1775	2,409629923	RECHAZO
0,1806	2,451713601	RECHAZO
0,2069	2,808746091	RECHAZO
0,2306	3,130482593	RECHAZO
0,2962	4,021027511	RECHAZO
0,3131	4,250451431	RECHAZO
0,3137	4,258596659	RECHAZO
0,3219	4,369914774	RECHAZO
0,4456	6,049189261	RECHAZO
0,4462	6,057334489	RECHAZO
0,4613	6,262322725	RECHAZO
0,4675	6,34649008	RECHAZO
0,5044	6,847421596	RECHAZO

Según la tabla 4.4.7.4 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

**TABLA 4.4.7.5. Variables rechazadas en prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>VARIABLES</b>
X2
X3
X1X2
X1X4
X1X5
X2X3
X2X4
X2X5
X1X2X3
X1X2X4
X1X2X5
X1X3X4
X1X4X5
X1X2X3X5
X1X3X4X5
X2X3X4X5

**TABLA 4.4.7.6. Interacción de variables rechazadas en prueba T de Student con su respectivo coeficiente de modelo. Fuente: El autor**

<b>VARIABLES</b>	<b><math>\hat{\beta}</math></b>
X2	0,2962
X3	-0,4456
X1X2	-0,2306
X1X4	-0,4675
X1X5	0,3137
X2X3	-0,1556
X2X4	-0,3131
X2X5	-0,1519

Las variables triples cuádruples y quíntuples se descartan debido a que tienen valores pequeños. Con la **TABLA 4.4.7.6** se expresa el modelo matemático de la siguiente manera:

$$Y_3 = \beta_0 + \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3 - \beta_{12} X_1 X_2 - \beta_{14} X_1 X_4 + \beta_{15} X_1 X_5 - \beta_{23} X_2 X_3 - \beta_{24} X_2 X_4 - \beta_{25} X_2 X_5 \quad (4.4.7.a)$$

$$Y_3 = 16,3313 + 0,2962 X_2 - 0,4456 X_3 - 0,2306 X_1 X_2 - 0,4675 X_1 X_4 + 0,3137 X_1 X_5 - 0,1556 X_2 X_3 - 0,3131 X_2 X_4 - 0,1519 X_2 X_5 \quad (4.4.7.b)$$

Revisión de calidad de ajuste de modelo mediante  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  mediante las formulas indicadas en la siguiente resolución:

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC} \quad (4.4.7.c)$$

$$SCE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y \quad (4.4.7.d)$$

$$STC = \sum_{i=1}^n yi^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n yi)^2}{n} = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n yi)^2}{n} \quad (4.4.7.e)$$

Mediante multiplicaciones matriciales se obtuvieron las siguientes respuestas:

```
>> f=transpose(y);  
>> h=transpose(e);  
>> r=(f*y)-(h*b*y)  
  
r =  
  
10.8844  
  
>> s=(f*y)  
  
s =  
  
1.0912e+04
```

Dónde:

r = SCE  
f = matriz transpuesta de  $Y_3$   
h = matriz transpuesta de estimadores de modelo  
y = matriz de respuesta  $Y_3$  (Resistencia a la compresión 3días)  
s = matriz transpuesta de  $Y_3$  por matriz de  $Y_3$   
b = matriz transpuesta de X

Por tanto:

$$SCE = 10,8844 \quad (4.4.7.f)$$

$$STC = 10912 - \frac{\sum yi^2}{n} \quad (4.4.7.g)$$

$$\frac{\sum yi^2}{n} = \frac{455422,52}{42} = 10843,339 \quad (4.4.7.h)$$

$$STC = 10912 - 10843,339 \quad (4.4.7.i)$$

$$STC = 68,61 \quad (4.4.7.j)$$

Quedando de la siguiente manera:

$$R^2 = 1 - \frac{10,8844}{68,61} \quad (4.4.7.k)$$

$$R^2 = 0,841$$

Se realiza el cálculo de  $R^2_{adj}$  de la siguiente manera:

$$R^2_{adj} = \frac{\frac{SCE}{dfe}}{\frac{SCT}{dfct}} = 1 - \frac{\frac{SCE}{n-k-1}}{\frac{SCT}{n-1}} \quad (4.4.7.l)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\frac{10,8844}{42-5-1}}{\frac{68,606}{42-1}} \quad (4.4.7.m)$$

$$R^2_{adj} = 0,819$$

Al tener  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  con valores cercanos a la unidad se concluye diciendo que el modelo matemático obtenido para la compresión a los 3 días es satisfactorio por ser mayor a 0,7.

Se realiza el cálculo de la suma de cuadrados con curvatura pura (SCCP) para probar la existencia o no de curvatura en el modelo matemático obtenido. El significado de cada factor se indica en el apartado 3.14.6

$$SCCP = \frac{nf * nc (ymf - ymc)^2}{nf + nc} \quad (4.4.7.n)$$

$$SCCP = \frac{32 * 10 (16,33125 - 15,225)^2}{32 + 10} \quad (4.4.7.o)$$

$$SCCP = 9,324$$

Ahora se aplica el estadístico de distribución F

$$F = \frac{SCCP}{CME} \quad (4.4.7.p)$$

$$CME = \frac{SCE}{nc - 1} \quad (4.4.7.q)$$

Por tanto:

$$F = \frac{9,324}{0,1723} \quad (4.4.7.r)$$

$$F = 54,11$$

$$54,11 > 4,125$$

*Por tanto según la prueba de FISHER se indica que la hipótesis se rechaza, por tanto el modelo presenta presencia de curvatura, con lo que se concluye diciendo que el modelo es de segundo orden.*



#### 4.4.8 Resultados de Resistencia a la compresión de 7 días para 32 variables principales con interacciones y datos centrales.

TABLA 4.4.8. Resultado variable de salida Y4 (Resistencia a la compresión 7 días). Fuente: El autor

# Exp	MAT	MOD	X1	X2	X3	X4	X5	X1X2	X1X3	X1X4	X1X5	X2X3	X2X4	X2X5	X3X4	X3X5	X4X5	X1X2X3	X1X2X4	X1X2X5	X1X3X4	X1X3X5	X1X4X5	X2X3X4	X2X3X5	X2X4X5	X3X4X5	X1X2X3X4	X1X2X3X5	X1X2X4X5	X1X3X4X5	X2X3X4X5	Y4 (MPa)	
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	20,73
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	20,78
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	25,1
4	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	24,33
5	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	18,86
6	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	20,11
7	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	23
8	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	19
9	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	22,66
10	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	22,8
11	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	25,1
12	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	23,62
13	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	21,22
14	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	20,77
15	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	22,14
16	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	22,8
17	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	20,45
18	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	20,81
19	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	23,71
20	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	22,81
21	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	19,93
22	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	22,14
23	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	23,24
24	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	25,35
25	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	21,33
26	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	19,5
27	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	23,58
28	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	21,68
29	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	22,94
30	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	21,38
31	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	23,38
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20,53
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,22
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,25
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22,18
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,98
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21,42
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22,37
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22,69
C	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22,13

**TABLA 4.4.8.1 Cuadro resumen de valores de regresión, coeficientes, efectos y probabilidades de la variable de salida Y4 (Resistencia a la compresión 7 días). Fuente: El autor**

<b>CUADRO RESUMEN PARA GRAFICAS DE PARETO Y HNP</b>					
<b>INTERCEPTO</b>	<b>22,0556</b>	<b>COEFICIENTES</b>	<b>COEFICIENTE</b>	<b>EFECTOS</b>	<b>PROBABILIDAD</b>
X1	-0,28	0,28	0,0075	0,015	-0,016129032
X2	1,03	1,03	0,0081	0,0162	-0,016129032
X3	-0,3813	0,3813	0,0425	0,085	-0,016129032
X4	0,1587	0,1587	0,0475	0,095	-0,016129032
X5	-0,0081	0,0081	0,0506	0,1012	-0,016129032
X1X2	-0,2906	0,2906	0,0513	0,1026	-0,016129032
X1X3	0,1156	0,1156	0,055	0,11	-0,016129032
X1X4	-0,2994	0,2994	0,0613	0,1226	-0,016129032
X1X5	0,0075	0,0075	0,0619	0,1238	-0,016129032
X2X3	-0,2744	0,2744	0,0944	0,1888	-0,016129032
X2X4	-0,3906	0,3906	0,1081	0,2162	-0,016129032
X2X5	-0,0425	0,0425	0,1156	0,2312	-0,016129032
X3X4	0,0619	0,0619	0,1206	0,2412	-0,016129032
X3X5	0,695	0,695	0,1456	0,2912	-0,016129032
X4X5	-0,4163	0,4163	0,1494	0,2988	-0,016129032
X1X2X3	-0,055	0,055	0,1587	0,3174	-0,016129032
X1X2X4	0,1738	0,1738	0,1737	0,3474	-0,016129032
X1X2X5	0,1206	0,1206	0,1738	0,3476	-0,016129032
X1X3X4	-0,0613	0,0613	0,2744	0,5488	-0,016129032
X1X3X5	0,1456	0,1456	0,28	0,56	-0,016129032
X1X4X5	-0,4456	0,4456	0,285	0,57	-0,016129032
X2X3X4	-0,0475	0,0475	0,2906	0,5812	-0,016129032
X2X3X5	0,0506	0,0506	0,2981	0,5962	-0,016129032
X2X4X5	-0,0944	0,0944	0,2994	0,5988	-0,016129032
X3X4X5	-0,1081	0,1081	0,3337	0,6674	-0,016129032
X1X2X3X4	0,1494	0,1494	0,3813	0,7626	-0,016129032
X1X2X3X5	0,0513	0,0513	0,3906	0,7812	-0,016129032
X1X2X4X5	-0,1737	0,1737	0,4163	0,8326	-0,016129032
X1X3X4X5	-0,285	0,285	0,4456	0,8912	-0,016129032
X2X3X4X5	-0,3337	0,3337	0,695	1,39	-0,016129032
X1X2X3X4X5	-0,2981	0,2981	1,03	2,06	-0,016129032

Como se indica en la TABLA 4.4.8.1 los valores de la primera columna corresponden a los valores de regresión obtenidos en el programa MATLAB. En la segunda columna se encuentran los coeficientes expresados

en valores absolutos. En la tercera columna estos valores están organizados de menor a mayor, en la cuarta columna se encuentra multiplicado el coeficiente por dos con el fin de graficar Pareto según la gráfica de la FIG 42 y finalmente en la quinta columna están los valores de muestra en el gráfico de la FIG 43.

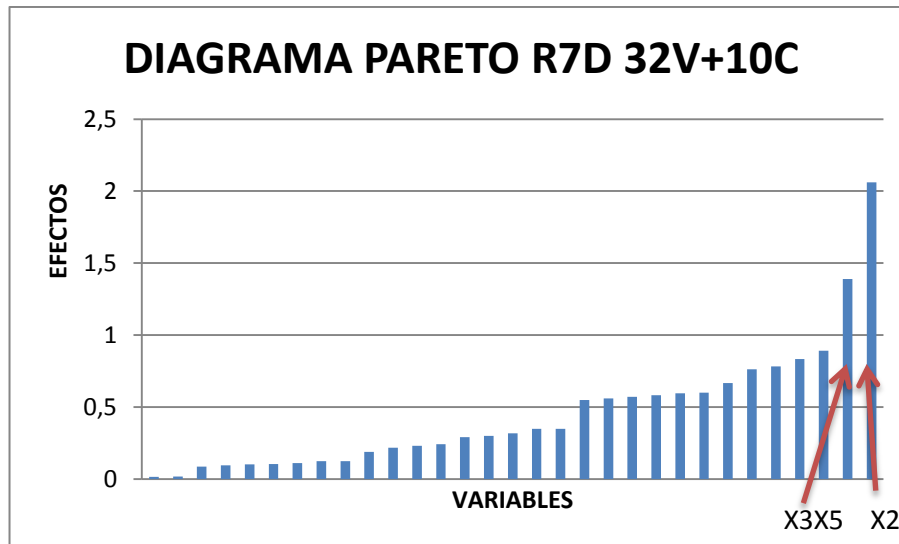


FIG 42. Diagrama de Pareto con variable de salida Y4 (Resistencia a compresión 7 días). Fuente: El autor

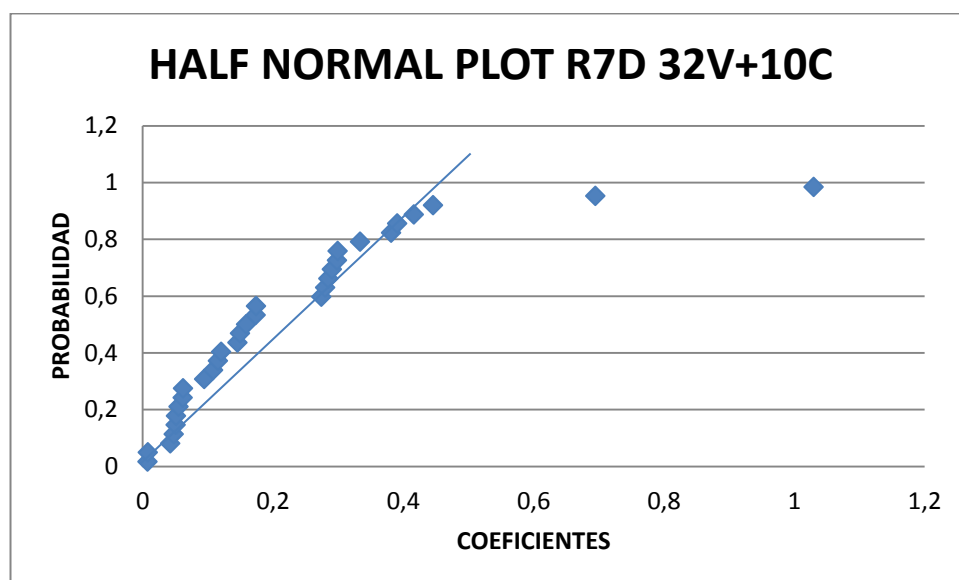


FIG 43. Half Normal Plot de salida Y4 (Resistencia a compresión 7 días). Fuente: El autor

En el diagrama de Pareto que se expone en la FIG 42 presentan dos factores importantes que puede tener incidencia sobre el proceso. Estos factores son los siguientes:

$$\#2 = X_2$$

$$\#14 = X_3X_5$$

Ahora analizando el gráfico de la FIG 43 se puede ver que existen cuatro puntos que están alejados de la línea de tendencia los cuales se los resume así:

$$\#2 = X_2$$

$$\#14 = X_3X_5$$

Para confirmar que estas cuatro variables están afectando al proceso se realiza el análisis t de Student.

*TABLA 4.4.8.2. Puntos centrales de variable Y4 (Resistencia a la compresión 7 días). Fuente: El autor*

DATOS PUNTOS CENTRALES
21,22
22,3
21,25
22,18
21,98
21,42
22,37
22
22,69
22,13

**TABLA 4.4.8.3 Valores obtenidos para operación de prueba t de Student para variable de salida Y4. Fuente: El autor**

<b>DESVESTA</b>	0,498758459
<b>CME</b>	0,24876
<b>Cjj</b>	0,0313
<b>CME*Cjj</b>	0,007786188
<b>RCUAD(CME*Cjj)</b>	0,088239379

Se procede a la prueba de la hipótesis en donde se aceptarán o rechazarán los datos para formular el modelo matemático.

**TABLA 4.4.8.4. Decisión de hipótesis para prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>T DE STUDENT</b>		
COEFICIENTES	t0	DECISIÓN
0,0075	0,08499607	ACEPTO
0,0081	0,09179575	ACEPTO
0,0425	0,48164437	ACEPTO
0,0475	0,53830841	ACEPTO
0,0506	0,57344012	ACEPTO
0,0513	0,58137309	ACEPTO
0,055	0,62330448	ACEPTO
0,0613	0,69470117	ACEPTO
0,0619	0,70150086	ACEPTO
0,0944	1,06981714	ACEPTO
0,1081	1,22507662	ACEPTO
0,1156	1,31007268	ACEPTO
0,1206	1,36673673	ACEPTO
0,1456	1,65005694	ACEPTO
0,1494	1,69312162	ACEPTO

0,1587	1,79851674	ACEPTO
0,1737	1,96850887	ACEPTO
0,1738	1,96964215	ACEPTO
0,2744	3,1097227	RECHAZO
0,28	3,17318643	RECHAZO
0,285	3,22985047	RECHAZO
0,2906	3,2933142	RECHAZO
0,2981	3,37831027	RECHAZO
0,2994	3,39304292	RECHAZO
0,3337	3,78175826	RECHAZO
0,3813	4,32119995	RECHAZO
0,3906	4,42659507	RECHAZO
0,4163	4,71784825	RECHAZO
0,4456	5,04989955	RECHAZO
0,695	7,87630203	RECHAZO
1,03	11,6727929	RECHAZO

Según la tabla 4.4.8.4 los valores rechazados son identificados mediante las siguientes variables que formaran el modelo matemático:

**TABLA 4.4.8.5. Variables rechazadas en prueba T de Student. Fuente: El autor.**

<b>VARIABLES</b>
X1
X2
X3
X4
X5
X1X2
X1X4
X2X3
X2X4
X3X5
X4X5
X1X2X4
X1X3X4
X1X4X5
X2X3X5
X3X4X5
X1X3X4X5
X2X3X4X5
X1X2X3X4X5

**TABLA 4.4.8.6. Interacción de variables rechazadas en prueba T de Student con su respectivo coeficiente de modelo. Fuente: El autor**

<b>VARIABLES</b>	<b><math>\hat{\beta}</math></b>
X1	-0,28
X2	1,03
X3	-0,3813
X4	0,1587
X5	-0,0081
X1X2	-0,2906
X1X4	-0,2994
X2X3	-0,2744
X2X4	-0,3906
X3X5	0,695
X4X5	-0,4163

Las variables triples cuádruples y quíntuples se descartan debido a que tienen valores pequeños. Con la **TABLA 4.4.8.6** se expresa el modelo matemático de la siguiente manera:

$$Y_4 = \beta_0 - \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 - \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 - \beta_5 X_5 - \beta_{12} X_1 X_2 - \beta_{14} X_1 X_4 - \beta_{23} X_2 X_3 - \beta_{24} X_2 X_4 + \beta_{35} X_3 X_5 - \beta_{45} X_4 X_5 \quad (4.4.8.a)$$

$$Y_4 = 22,055 - 0,28X_1 + 1,03X_2 - 0,3813X_3 + 0,1587X_4 - 0,0081X_5 - 0,2906X_1X_2 - 0,2994X_1X_4 - 0,2744X_2X_3 - 0,3906X_2X_4 + 0,695X_3X_5 - 0,4163X_4X_5 \quad (4.4.8.b)$$

Se realiza la revisión de calidad de ajuste de modelo mediante  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  mediante las formulas indicadas en la siguiente resolución:

$$R^2 = \frac{SCR}{STC} = 1 - \frac{SCE}{STC} \quad (4.4.8.c)$$

$$SCE = y^T y - \hat{\beta}^T X^T y \quad (4.4.8.d)$$

$$STC = \sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} = y^T y - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \quad (4.4.8.e)$$

Mediante multiplicaciones matriciales se obtuvieron las siguientes respuestas:

```
>> f=transpose(y);
>> h=transpose(e);
>> r=(f*y)-(h*b*y)

r =

    2.3175

>> s=(f*y)

s =

    2.0485e+04
```



Donde:

- $r$  = SCE  
 $f$  = matriz transpuesta de  $Y_4$   
 $h$  = matriz transpuesta de estimadores de modelo  
 $y$  = matriz de respuesta  $Y_4$  (Resistencia a la compresión

3días)

- $s$  = matriz transpuesta de  $Y_4$  por matriz de  $Y_4$   
 $b$  = matriz transpuesta de  $X$

Por tanto:

$$SCE = 2,3175 \quad (4.4.8.f)$$

$$STC = 20485 - \frac{\sum yi^2}{n} \quad (4.4.8.g)$$

$$\frac{\sum yi^2}{n} = \frac{856217,1024}{42} = 20836,121 \quad (4.4.8.h)$$

$$STC = 20485 - 20836,121 \quad (4.4.8.i)$$

$$STC = 98,88 \quad (4.4.8.j)$$

Quedando de la siguiente manera:

$$R^2 = 1 - \frac{2,3175}{98,88} \quad (4.4.8.k)$$

$$R^2 = 0,976$$

Se realiza el cálculo de  $R^2_{adj}$  de la siguiente manera:

$$R^2_{adj} = \frac{\frac{SCE}{dfe}}{\frac{SCT}{dfct}} = 1 - \frac{\frac{SCE}{n-k-1}}{\frac{SCT}{n-1}} \quad (4.4.8.l)$$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{\frac{2,3175}{42-5-1}}{\frac{98,88}{42-1}} \quad (4.4.8.m)$$

$$R^2_{adj} = 0,973$$

Al tener  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  con valores cercanos a la unidad se concluye diciendo que el modelo matemático obtenido para la compresión a los 7 días es satisfactorio por ser mayor a 0,7.

Se realiza el cálculo de la suma de cuadrados con curvatura pura (SCCP) para probar la existencia o no de curvatura en el modelo matemático obtenido. El significado de cada factor se indica en el apartado 3.14.6

$$SCCP = \frac{nf*nc(ymf-ymc)^2}{nf+nc} \quad (4.4.8.n)$$

$$SCCP = \frac{32*10(22,055-22)^2}{32+10} \quad (4.4.8.o)$$

$$SCCP = 0,7626$$

Ahora se aplica el estadístico de distribución F

$$F = \frac{SCCP}{CME} \quad (4.4.8.p)$$

$$CME = \frac{SCE}{nc-1} \quad (4.4.8.q)$$

Por tanto:

$$F = \frac{0,7626}{0,2487} \quad (4.4.8.r)$$

$$F = 3,066$$

$$3,066 > 4,125$$

*Por tanto según la prueba de FISHER se indica que la hipótesis se acepta, por tanto el modelo matemático generado para la variable de salida Y4 (resistencia a los 7 días) se acepta sin tener presencia de curvatura siendo un modelo de primer orden.*

#### **4.5 Resumen de experimentos**

En la TABLA 4.5 se presentan en comparación los tres métodos utilizados para analizar las variables que se encuentran incidiendo en el proceso.

Esto es de gran ayuda ya que al comparar los métodos de Pareto con Half Normal Plot se puede ver que en la mayoría de tratamientos se encuentran las mismas variables que son de importancia ya sea en las gráficas de barras de Pareto mostrando una significancia con barras agrupadas a la derecha lo que indica presencia de factores así también como la gráfica de dispersión de HNP en el cual se aprecian puntos que se encuentran fuera de la línea de tendencia indicando variables que probablemente podrían ser rechazadas.

Debido a esto si se nota en el análisis de t de Student se encuentran una mayor cantidad de variables principales e interacciones demostrando que los dos métodos anteriores no son tan confiables es por ello que al inicio del estudio se los denominó métodos cualitativos y semicuantitativos ya que no entregan con certeza valores de variables significativas. Es por ello que este análisis es mucho más confiable como punto de partida para la elaboración del modelo matemático para cada una de las variables de salida (Y1, Y2, Y3, Y4).

**TABLA 4.5. Resumen comparativo de métodos usados para formular el modelo matemático. Fuente: El autor**

RESUMEN DE EXPERIMENTOS								
	BLAINE		RETENIDOS		COMPRESIÓN 3 DIAS		COMPRESIÓN 7 DIAS	
	#EXP	VARIABLES	#EXP	VARIABLES	#EXP	VARIABLES	#EXP	VARIABLES
DIAGRAMA DE PARETO	4	X4	2	X2	2	X2	2	X2
	31	X1X2X3X4X5	2	X2	3	X3	2	X2
	4	X4			28	X1X4X5	14	X3X5
	28	X1X2X4X5			8	X1X4		
					29	X1X3X4X5		
HALF NORMAL PLOT					18	X1X2X5		
	4	X4	2	X2	2	X2	2	X2
	31	X1X2X3X4X5	2	X2	3	X3	2	X2
	4	X4			2	X2	14	X3X5
	28	X1X2X4X5			3	X3		
T DE STUDENT					28	X1X4X5		
					8	X1X4		
					29	X1X3X4X5		
					18	X1X2X5		
	1	X1	1	X1	2	X2	1	X1
	4	X2	2	X2	3	X3	2	X2
	5	X5	3	X3	2	X2	3	X3
	1	X1	4	X4	3	X3	1	X1
	4	X4	5	X5	6	X1X2	2	X2
	5	X5	1	X1	8	X1X4	3	X3
	6	X1X2	2	X2	9	X1X5	4	X4
	7	X1X3	3	X3	10	X2X3	5	X5
	8	X1X4	4	X4	11	X2X4	6	X1X2
	9	X1X5	5	X5	12	X2X5	8	X1X4
	10	X2X3	6	X1X2			10	X2X3
	11	X2X4	7	X1X3			11	X2X4
	13	X3X4	8	X1X4			14	X3X5
	14	X3X5	9	X1X5			15	X4X5
	15	X4X5	10	X2X3				
			11	X2X4				
			12	X2X5				
			13	X3X4				
			15	X4X5				

#### 4.5.1 Resumen estadístico

En el cuadro de resumen estadístico se presentan los datos más importantes obtenidos en la experimentación. Entre los más importantes los coeficientes  $R^2$  y  $R^2_{adj}$  que dan la confianza y seguridad de que el experimento ha sido bien realizado ya que estos indicadores son los responsables en medir la variabilidad de los datos de salida de cada experimento que es explicada mediante la regresión.

Es importante tomar en cuenta estos coeficientes debido a que se puede apreciar la calidad de ajuste entre el modelo y el conjunto de datos.

Otro valor que es importante conocer es el valor del estadístico de Fisher o estadístico F con el que se puede comprobar si el modelo matemático

obtenido tiene curvatura o no, es decir si se tiene un modelo de primer o segundo orden.

*TABLA 4.5.1 Resumen estadístico de comprobación para validez de modelo matemático. Fuente: El autor*

<b>RES ESTAD</b>	<b>BLAINE</b>	<b>RETENIDO</b>	<b>RESIST 3D</b>	<b>RESIST 7D</b>
<b>SCE</b>	53579	0,6135	10,8844	2,3175
<b>STC</b>	731218,5	117,765	68,61	98,88
<b>R2</b>	0,92	0,994	0,84	0,976
<b>R2adj</b>	0,91	0,994	0,81	0,973
<b>SCCP</b>	44268,576	0,14	9,324	0,7626
<b>CME</b>	1034,38	0,03484	0,1723	0,2484
<b>F</b>	42,793	4,0173	54,11	3,066
<b>CURVATURA</b>	SI	NO	SI	NO

#### **4.5.2 Efectos sinérgicos y antagónicos**

En este apartado se trabajará con los modelos matemáticos obtenidos en cada experimentación con el fin de obtener un modelo óptimo que cumpla con características de fabricación del cemento.

En este análisis se debe explicar que el signo en los coeficientes de modelo será de vital importancia para la correcta elección de modelo matemático. Al tener signo positivo y negativo existirán efectos sinérgicos y antagónicos respectivamente los cuales variaran dependiendo del signo que este delante del coeficiente haciendo que la respuesta se incremente o no. Esto se lo explica detalladamente en el siguiente cuadro.

<b>EFFECTOS SINERGICOS</b>	<b>RESPUESTA</b>	<b>VARIABLES PRINCIPALES E INTERACCIONES</b>
POSITIVOS	AUMENTA	AUMENTA

**TABLA 4.5.2 Efectos sinérgicos sobre las variables de entrada (X) y de salida (Y). Fuente: El autor**

X ↑  
Y ↑  
SINERGICOS (+)

$$Y = +\beta_1 X_1$$
  
 Cuando delante del coeficiente de modelo existe signo positivo se aumenta el valor de la variable de entrada X y de igual manera aumenta el valor de la variable de salida Y

<b>EFFECTOS ANTAGONICOS</b>	<b>RESPUESTA</b>	<b>VARIABLES PRINCIPALES E INTERACCIONES</b>
NEGATIVOS	VARIA	AUMENTA O DISMINUYE

**TABLA 4.5.3 Efectos antagónicos sobre las variables de entrada (X) y de salida (Y). Fuente: El autor**

X ↑  
Y ↓  
ANTAGONICOS (-)  
X ↓  
Y ↑

$$Y = -\beta_1 X_1$$
  
 Cuando delante del coeficiente de modelo existe signo negativo pueden ocurrir dos resultados. El primero puede ocasionar que el valor de la variable de entrada X aumente y el valor de la variable de salida Y disminuya. El segundo caso se puede dar si variable de entrada X disminuya y el valor de la variable de salida Y aumente.

Con la premisa de que el tipo de efecto sinérgico o antagónico se empieza el estudio de discusión de modelos matemáticos.

#### **4.5.2.1 Modelos matemáticos obtenidos**

a) Modelo matemático obtenido para el blaine:

Según el modelo matemático realizado con las cinco variables principales y el modelo con treinta y dos variables principales y sus respectivas interacciones, se presentan de la siguiente manera:

$$Y1 = 4039,6 - 13,3X_1 + 63,2X_4 - 17,3X_5 - 16,1X_1X_2 - 19,9X_1X_3 - 34,9X_1X_4 - 25,1X_1X_5 - 26,1X_2X_3 - 22,3X_2X_4 + 25,3X_3X_4 + 26,3X_3X_5 - 14,1X_4X_5$$

b) Modelo matemático obtenido para los retenidos:

$$Y2 = 4,1644 + 0,17X_1 - 0,8944X_2 + 0,4481X_3 - 0,3512X_4 + 0,305X_5 + 0,2175X_1X_2 + 0,4463X_1X_3 + 0,2869X_1X_4 + 0,1281X_1X_5 - 0,1106X_2X_3 + 0,28X_2X_4 - 0,0225X_2X_5 - 0,0012X_3X_4 - 0,1556X_4X_5$$

c) Modelo matemático para resistencia a la compresión de tres días:

$$Y3 = 16,3313 + 0,2962X_2 - 0,4456X_3 - 0,2306X_1X_2 - 0,4675X_1X_4 + 0,3137X_1X_5 - 0,1556X_2X_3 - 0,3131X_2X_4 - 0,1519X_2X_5$$

a) Modelo matemático para resistencia a la compresión de siete días:

$$Y4 = 22,055 - 0,28X_1 + 1,03X_2 - 0,3813X_3 + 0,1587X_4 - 0,0081X_5 - 0,2906X_1X_2 - 0,2994X_1X_4 - 0,2744X_2X_3 - 0,3906X_2X_4 + 0,695X_3X_5 - 0,4163X_4X_5$$

*Según los modelos matemáticos obtenidos se dice que los primeros experimentos en los que se encontraban comprendidas solamente las cinco variables principales se concibió una idea general del comportamiento del sistema. Ya que al realizar el otro experimento con las cinco variables*



*principales y sus interacciones se arrojaron valores semejantes, explicando que las variables de incidencia son las mismas tanto para uno como otro experimento, con lo que se pudo tomar la decisión de elegir la o las variables de entrada que más se repetían en los modelos matemáticos obtenidos.*



## **CAPITULO 5. CONCLUSIONES**

- El diseño experimental es una herramienta estadística y de calidad que ayuda a la mejora continua de un producto, proceso y/o servicio para resolver problemas y tomar decisiones mediante el planteamiento de diversas soluciones tales como modelos matemáticos que representen o simulen el comportamiento de un sistema en estudio
- En los análisis de los modelos matemáticos mostrados en el capítulo anterior, se ha conseguido cumplir el objetivo de la investigación que es identificar las variables significativas que inciden en el proceso de molienda y secado de cemento.
- Las características del producto final estuvieron dentro de la exigencia de la Norma Técnica Ecuatoriana NTE INEN 490:2011, debido a que el cemento fabricado por Compañía Industrias Guapán se encuentra sobre los valores especificados en la norma.
- En la experiencia realizada se obtuvo un blaine ( $Y_1$ ) promedio de  $4021\text{cm}^2/\text{gr}$  que se encuentra por sobre la norma.
- Según el Departamento de Control de Calidad de Compañía Industrias Guapán se debe tener una cantidad de retenido como máximo del 5% que contrastado con la experimentación dio un valor promedio de 4% de retenido ( $Y_2$ ) en el tamiz.
- En la resistencia a la compresión a los 3 días ( $Y_3$ ) se conoce que como valor mínimo debe ser 13 MPa que fue menor al valor obtenido de 16 MPa
- La resistencia a los 7 días ( $Y_4$ ) dio un valor de 22 MPa que esta sobre la norma.
- Se debe aclarar que los valores anteriormente citados de las pruebas realizadas a las variables de salida “Y” se encuentran cercanos a los valores limites debido a que se realizaron diversas variaciones al sistema de molienda en cortos lapsos de tiempo con lo que el sistema no se mantenía estable durante la jornada de producción.

- Del análisis del modelo matemático para el comportamiento del sistema en referencia al blaine se concluye diciendo que la variable que incide directamente en la superficie específica del cemento es la apertura del dämper debido a que su función es regular la suficiente circulación de aire de barrido al molino para que salga todo el material fino hacia el colector. Es decir el dämper está provocando la variación del flujo haciendo variar las condiciones de material grueso y fino lo cual atravéz del Departamento de Control de Calidad es medido por el blaine.
- Según el modelo matemático de la cantidad en porcentaje de retenidos se obtiene que la variable que está afectando es la velocidad del separador de aire debido a que en la práctica es quien extrae el material fino afectando al retorno y a la granulometría en el separador. Para conseguir las proporciones adecuadas en el separador estarán en función de la fineza de material proveniente del molino y en esa relación el separador lo que hace es eficientar el trabajo del molino ya que al darle mayor velocidad al rotor se logra que se separe mayor cantidad posible de gruesos y el más fino ya no regrese al molino para evitar que exista sobre-molienda de material
- Del análisis del modelo matemático para la resistencia a la compresión a los tres días se obtuvo que las variables de entrada que afectan a dicha propiedad son: la velocidad del separador de aire y el dosificador de puzolana. Esto se fundamenta debido a que las dos variables encontradas se encuentran interrelacionadas de manera importante ya que según el tamaño del grano proveniente de la velocidad del separador de aire se fundamentara una propiedad física importante que es el desarrollo del endurecimiento y el aumento de la resistencia. Esto se puede notar claramente en las FIG 40 que se muestra el aumento gradual de resistencias para cada dosificación experimental.

- Del análisis del modelo matemático para la resistencia a la compresión a los siete días se obtuvo que las variables de entrada que afectan a esta propiedad de cemento son: velocidad del separador de aire y dosificador de puzolana. Al igual que en la compresión a los tres días el tener un cemento fino adicionado puzolana aumentarán los gradientes de resistencia a la compresión y flexo tracción a corto plazo
- Según el dominio experimental proporcionado por el Departamento de Producción de Compañía Industrias Guapán se puede decir que es correcto para la experimentación realizada, de allí que se desee realizar más corridas con valores diferentes se los puede investigar a futuro con el fin de profundizar más en el conocimiento del comportamiento del sistema.
- Se confirma y asegura que los análisis estadísticos fueron realizados con precisión y exactitud debido a que en los cuatro modelos matemáticos obtenidos se ajustaron con los datos de experimentación generando coeficientes de determinación comprendidos entre el 84% y 99%.
- De las pruebas de FISHER realizadas se indica que la hipótesis rechaza los modelos matemáticos de blaine y resistencia a la compresión a los tres días, con lo que se afirma la presencia de curvatura y mostrando que el modelo matemático corresponde a uno de segundo orden.
- Gracias a la aplicación de este diseño experimental se puede lograr que las variables de entrada se mantengan en un rango de dominio experimental favorable para el rendimiento del sistema de molienda, con lo que se puede a futuro profundizar mucho más en el conocimiento del sistema para mantenerlo óptimo ya sea con nuevas dosificaciones de materias como clinker, yeso y puzolana, o en su defecto con cambios en lo que a las variables de entrada elegidas se refiere.

- Al cumplirse los objetivos planteados se puede concluir que a más de ser una investigación científica-técnica sobre el comportamiento de un sistema se puede utilizar este documento como material de aprendizaje del diseño experimental factorial debido a que se muestra paso a paso y de una manera detallada la resolución e interpretación de este análisis.
- De acuerdo a la conclusión anterior cabe explicar que en el modelo matemático se presentaron más efectos sinérgicos que antagónicos con lo que al aumentar el dominio experimental de las variables de entrada aumentará la respuesta de la variable de salida y es por este motivo que la mayoría de variables inciden en el proceso según los estudios realizados en Pareto, Half Normal Plot y en T de Student.

### **5.1 Recomendaciones**

- Es importante decir que el lector no debe confundir optimización con un estudio del comportamiento del sistema. Es por ello que este estudio partió con la premisa de que servirá como plataforma para la optimización del sistema de molienda y secado de cemento identificando las variables que le afectan. Con el diseño experimental se puede tener un punto de partida para profundizar en el conocimiento del sistema y modelar su comportamiento.
- Por lo experimentado se puede recomendar que para una futura investigación se consideren otro tipo de variables de entrada, debido a que una de las razones para que dos de los modelos no hayan cumplido con la prueba de Fisher es que las variables se puedan encontrar no en el sistema sino en procesos anteriores a él o en su defecto en otras variables tales como el material molturante, grado de carga del molino, etc.
- Para futuras investigaciones en lo que a modelos de segundo orden se refiere realizar un diseño de composición central que consiste en realizar más experimentos para repartirlos nuevamente en el conjunto

de datos de diseño como se lo hizo con los valores de los puntos centrales.

- De acuerdo a que el cemento fabricado por Compañía Industrias Guapán se encuentra por sobre las NTE INEN es importante recomendar que se aumente la dosificación de puzolana con lo que de ninguna manera la calidad del cemento disminuirá, sino más bien se obtendrán ahorros en lo que a producción se refiere debido a que la norma permite la adición de puzolana en valores comprendidos entre el 15 y 40% para el cemento tipo IP.
- Se recomienda realizar estudios a futuro relacionados con los costos de producción y costos energéticos de fabricación de cemento enfocados al sistema de molienda y secado de cemento debido a que en ésta área se registran los consumos más altos de energía de la planta. Con esto se podría modelar el comportamiento del sistema logrando con esto un ahorro en lo que a costos energéticos se trata.
- Se debe finalizar diciendo que cada estudio, análisis o intervención que implique la mejora continua es importante ya que ayuda a crear una nueva cultura de la organización con la finalidad de satisfacer las necesidades de los clientes entregándoles un producto de óptima calidad sin perjudicarlos y por otra parte asegurándose que los procesos internos marchen bien evitando gastos innecesarios y costosos.



## **Bibliografía**

**KHURI**, André. Response Surfaces. Design and Analyses. Marcel Dekker, 1987. New York.

**BARRIENTOS**, Arturo. Introducción a la Estadística Inferencial. Editorial EUNED. Costa Rica, 2006.

**DUDA**, Walter, Manual Tecnológico del Cemento, Editores Técnicos Asociados S.A 1977, Barcelona- España.

**MONTGOMERY**, Douglas, Design and Analysis of Experiments Fifth Edition, John Wiley and Sons, Inc. 2001, New York.

**DELA VARA SALAZAR**, Román, Análisis y Diseño de Experimentos Segunda Edición, McGraw-Hill 2008, México.

**MEJIA W-SERRANO J**, Obtención del 5-hidroximetilfurfural a partir de fructosa, Universidad de Cuenca, 2011, Ecuador.

**LLORET**, Fernando, Apuntes de cátedra Tecnología de Cementos, Universidad de Cuenca, 2012, Ecuador.

**INEN**, NTE INEN 0152: 2012, Normas Técnicas Ecuatorianas, Cemento Portland, Requisitos, Quinta revisión.

**INEN**, NTE INEN 490: 2011, Normas Técnicas Ecuatorianas, cementos hidráulicos compuestos, Requisitos, Quinta revisión.

**INEN**, NTE INEN 196: 2009, Normas Técnicas Ecuatorianas, Cemento hidráulico. Determinación de la finura, Segunda revisión.



**INEN**, NTE INEN 196: 2009, Normas Técnicas Ecuatorianas, Cemento hidráulico. Determinación de la finura mediante el aparato de permeabilidad al aire, Segunda revisión.

**INEN**, NTE INEN 488: 2009, Normas Técnicas Ecuatorianas, Cemento hidráulico. Determinación de la resistencia a la compresión de morteros en cubos de 50 mm de arista, Segunda revisión.

**INEN**, NTE INEN 2652: 2012, Normas Técnicas Ecuatorianas, Cemento hidráulico. Determinación de la Finura del Cemento Hidráulico y Materia Prima mediante los Tamices de 300  $\mu\text{m}$  (No. 50), 150  $\mu\text{m}$  (No.100) y 75  $\mu\text{m}$  (No. 200), por el Método Húmedo, Primera edición.

**GALGANO**, Alberto. Los 7 instrumentos de la calidad, Ediciones Díaz de Santos 1995, Madrid.

**CAROT**, Vicente, Control Estadístico de Calidad, Servicio de publicaciones 1998, Valencia.